РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА 2011
I година
- решенија на задачите -

Задача 1. На платформа за вештачка гравитација која треба да ги симулира условите на една од месечините на Сатурн изведен е следниов експеримент за определување на забрзувањето со кое паѓаат телата. Се пушта тело слободно да паѓа од висина $h = 3{,}00\ \mathrm{m}$ и се мери времето потребно да падне. Експериментот е повторен 5 пати и добиени се следниве вредности за времето на паѓање *t*: 2,01 s, 2,07 s, 2,12 s, 2,09 s, 2,10 s. Да се определи:
а) средната вредност, апсолутната и релативната грешка за времето на паѓање;
б) забрзувањето со кое паѓа телото.

Решение:

а) Од измерените вредности за времето на паѓање на телото: $t_1 = 2{,}01\ \mathrm{s}$, $t_2 = 2{,}07\ \mathrm{s}$, $t_3 = 2{,}12\ \mathrm{s}$, $t_4 = 2{,}09\ \mathrm{s}$ и $t_5 = 2{,}10\ \mathrm{s}$, ја наоѓаме неговата средна вредност

$$t_{sr} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5} = 2{,}078\ \mathrm{s}\ . \qquad (1)$$

Апсолутната грешка се определува според релацијата

$$\Delta t_{sr} = \frac{|\Delta t_1| + |\Delta t_2| + |\Delta t_3| + |\Delta t_4| + |\Delta t_5|}{5}, \qquad (2)$$

каде што: $$\Delta t_i = t_{sr} - t_i, \qquad i = 1,2 \ldots 5\ .$$

Оттука се добива

$$\boxed{\Delta t_{sr} = 0{,}03\ \mathrm{s}}.$$

Релативната грешка со која е измерено времето изнесува

$$\boxed{R = \frac{\Delta t_{sr}}{t_{sr}} = 0{,}014 = 1{,}4\,\%}.$$

Конечниот резултат за времето на паѓање на телото го запишуваме во обликот

$$\boxed{t = (2{,}08 \pm 0{,}03)\ \mathrm{s}}$$

б) Забрзувањето го пресметуваме според ралацијата

$$h = \frac{gt^2}{2}, \qquad (3)$$

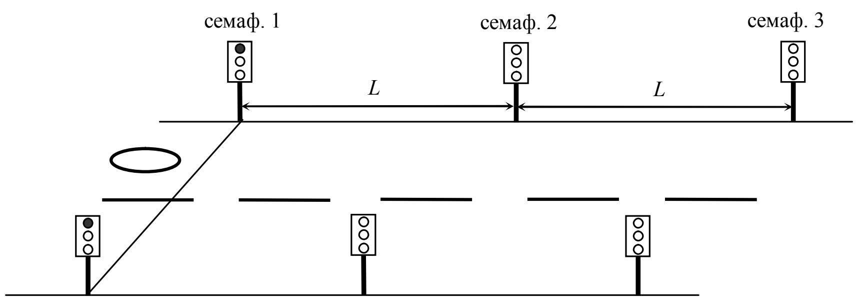
од каде што следува

$$\boxed{g = \frac{2h}{t^2} = 1{,}39\ \mathrm{m/s^2}}.$$

Задача 2. По должината на еден булевар поставени се три семафори на меѓусебно растојание од $L = 400$ m (сл. 1). Автомобил стои на црвено светло пред првиот семафор. Во моментот кога ќе се вклучи зеленото светло тој почнува да се движи со забрзување $a = 2{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ и забрзува се додека не ја постигне максималната дозволена брзина од $v_m = 60\ \mathrm{km/h}$, а потоа продолжува да се движи со таа брзина. Имајќи предвид дека зеленото светло трае 30 s, а семафорите засветуваат зелено со задоцнување од 10 s еден по друг:

а) проверете дали автомобилот ќе успее да ги “фати” вториот и третиот семафор на зелено;

б) доколку заклучите дека не може да ги фати, пресметајте колку најкратко треба да трае зеленото светло за автомобилот да може без запирање да ги помине овие два семафора.



Сл. 1

Решение:

а) Времето потребно автомобилот да ја постигне максималната бризина v_m движејќи се рамномерно забрзано изнесува:

$$\tau = \frac{v_m}{a} \tag{1}$$

а патот што притоа ќе го помине е

$$s_1 = \frac{a\tau^2}{2} = \frac{v_m^2}{2a}\,. \tag{2}$$

Во моментот кога ќе престане да забрзува тој се наоѓа на растојание $\Delta s_1 = L - s_1$ од вториот семафор, кое движејќи се рамномерно праволиниски ќе го помине за време $\Delta t_1 = (L - s_1)/v_m$. Според тоа вкупното време потребно да стигне од првиот до вториот семафор изнесува

$$t_1 = \tau + \Delta t_1 = \frac{v_m}{a} + \frac{L - s_1}{v_m} = \frac{v_m^2 + 2La}{2av_m} = 27\,\mathrm{s}\,. \tag{3}$$

Бидејќи зеленото светло на вториот семафор трае во интервалот $10\ \mathrm{s} \le t \le 40\ \mathrm{s}$, следува дека во моментот кога автомобилот ќе пристигне до вториот семафор на него ќе биде запалено зеленото светло.

Продолжувајќи да се движи рамномерно праволиниски, нему му треба дополнително време $\Delta t_2 = L/v_m$ за да го помине растојанието од вториот до третиот семафор. Оттука вкупното време потребно да стигне од првиот до третиот семафор изнесува

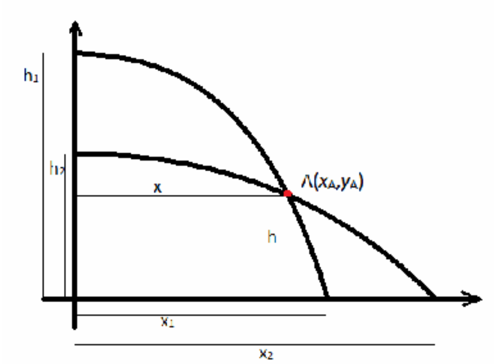
$$t_2 = t_1 + \Delta t_2 = \frac{v_m^2 + 2La}{2av_m} + \frac{L}{v_m} = \frac{v_m^2 + 4La}{2av_m} = 51\,\mathrm{s}\,. \tag{4}$$

Бидејќи зеленото светло на третиот семафор е вклучено во интервалот $20\ \mathrm{s} \le t \le 50\ \mathrm{s}$, заклучуваме дека автомобилот нема да го “фати” овој семафор на зелено!

б) За да може автомобилот да го “фати” и третиот семафор на зелено, потребно е зеленото светло на семафорите да треа најмалку 31 s.

Задача 3. Ако две топчиња се исфрлаат хоризонтално со брзини $v_1 = 1{,}0\,\mathrm{m/s}$ и $v_2 = 3{,}0\,\mathrm{m/s}$ од висини $h_1 = 10{,}0\,\mathrm{m}$ и $h_2 = 7{,}0\,\mathrm{m}$, да се најде на која висина и растојание од подножјето се пресекуваат нивните траектории. (триењето да се занемари).

Решение:



За почеток ќе се потсетиме на основите равенки од кинематиката за хоризонтален истрел

$$x = vt \quad u \quad y = h - \frac{gt^2}{2}$$

Точката А во која се сечат траекториите има координати (x_A, y_A). Од основните равенки за нив добиваме:

$$y_A = h_1 - \frac{gt_1^2}{2} = h_2 - \frac{gt_2{}^2}{2} \quad (1)$$
$$x_A = v_1 t_1 = v_2 t_2 \quad (2)$$

Работејќи кон добивање на равенка за времето (во овој случај е избрано да се работи со t_2) од равенките 1 и 2 имаме

$$h_1 - h_2 = \frac{gt_1^2}{2} - \frac{gt_2^2}{2} = \frac{g}{2}(t_1^2 - t_2^2) = \frac{gt_2^2}{2}\left[\left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 - 1\right]$$
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_1}{t_2}$$

Со понатамошна замена и средување се добива:

$$\frac{2}{g}(h_1 - h_2) * \frac{1}{t_2^2} = \left(\frac{v_2^2}{v_1^2} - 1\right). \quad (3)$$

Од равенка (3) го добиваме времето $t_2 = \sqrt{\frac{2}{g}\left(\frac{h_1 - h_2}{(v_2/v_1)^2 - 1}\right)} = 0{,}276\,\mathrm{s}$ потребно второто топче да стигне до точката на пресек.

Користејќи го ова добиено време и заменувајќи во основните равенки добиваме за висината и растојанието

$$h = h_2 - \frac{gt_2^2}{2} = 6{,}6\,\mathrm{m}$$
$$x = v_2 t_2 = 0{,}83\,\mathrm{m}\,.$$

Задача 4. Силата со која си дејствуваат планетата “Малиот брат” и едно тело на нејзината површина е три пати поголема отколку истото тело со Земјата. Астрономите определиле дека таа планета има два пати помала маса од Земјата. Колкава е првата космичка брзина на телото во однос на оваа планета?

Решение: Гравитационата сила со која си дејствуваат две тела е $F = \gamma \frac{Mm}{r^2}$. Во нашата задача масата на телото е m, додека масите на планетата и на Земјата соодветно се M_p *и* M_z. Радиусите на планетата и на Земјата ќе ги означиме со R_p *и* R_z, соодветно.

За почеток треба да ги искористиме дадените податоци за да го најдеме радиусот на планетата “Малиот брат”.

Знаејќи дека $F_p = \gamma \frac{M_p m}{R_p^2}$; $F_z = \gamma \frac{M_z m}{R_z^2}$ и $F_p = 3F_z$; $M_p = M_z/2$ и изедначувајќи ги овие две равенки добиваме:

$$R_p = \frac{R_z}{\sqrt{6}} \quad (1)$$

Од тука за првата космичка брзина имаме:

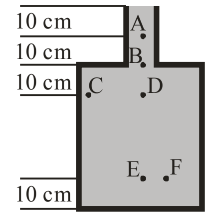
$$v_1 = \sqrt{\gamma \frac{M_p R_p}{R_p^2}} = \sqrt{\gamma \frac{\frac{M_z}{2} \frac{R_z}{\sqrt{6}}}{\frac{R_z^2}{6}}} \quad (3)$$

Ќе извршиме замена $\frac{\gamma M_z}{R_z^2} = g$ во равенка (3) со што добиваме:

$$v_1 = \sqrt{\frac{g R_z \sqrt{6}}{2}} = 8{,}75 \frac{km}{s}.$$

Задача 5. Стаклен сад е наполнет со вода до врвот (сл. 2). Користејќи ги знаците $>$, $<$, $=$ подредете ги точките според големината на хидростатичкиот притисок $(p_A, p_B, ..., p_F)$ почнувајќи од точката во која тој е најголем.

.



Сл. 2

Решение: Во дадена точка од течноста, хидростатичкиот притисок се пресметува според формулата $p = \rho \cdot g \cdot h$. Бидејќи, густината на течноста е еднаква во сите точки, g исто така има еднаква вредност во сите точки, хидростатичкиот притисок зависи само од h, т.е. длабочината мерена од слободната површина на течноста до точката во која го мериме притисокот. Од цртежот се гледа дека $h_F = h_E > h_D = h_C > h_B > h_A$, па според тоа следува $p_F = p_E > p_D = p_C > p_B > p_A$