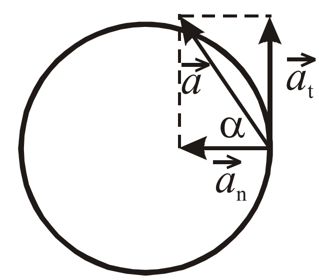
54. РЕПУБЛИЧКИ НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА – 2011 година
I година
(решенија на задачите)

Задача 1. Од стартната линија, спортски автомобил почнува да се движи со константно тангентно забрзување по кружна патека. Најди го аголот помеѓу векторот на вкупното забрзување и векторот на нормалното забрзување на автомобилот во моментот кога тој ќе направи еден круг по патеката.



Решение: Автомобилот се движи криволиниски со константно тангентно забрзување a_t. Од законот за пат при рамномерно забрзано движење

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a_t \cdot t^2}{2} \qquad (1)$$

ставајќи $v_0 = 0$ (во почетниот момент автомобилот мирува) и $s = 2\pi \cdot r$, добиваме

$$a_t = \frac{4\pi \cdot r}{t^2}, \qquad (2)$$

каде што t е време потребно автомобилот да направи едно завртување.
Од законот за брзина при рамномерно забрзано движење

$$v = v_0 + a_t \cdot t \qquad (3)$$

за брзината v што автомобилот ја има по завртување на еден круг, со примена ја релацијата (2) добиваме

$$v = \frac{4\pi \cdot r}{t}. \qquad (4)$$

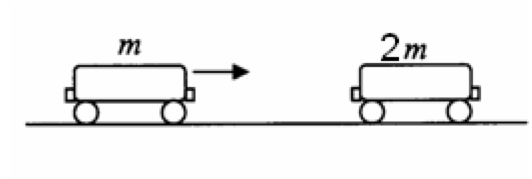
Ако (4) го замениме во формулата за нормално забрзување $a_n = \frac{v^2}{r}$, ќе добиеме

$$a_n = \frac{16\pi^2 \cdot r}{t^2} \qquad (5)$$

а од (2) и (5) наоѓаме $\frac{a_n}{a_t} = 4\pi$.

Од векторскиот дијаграм на забрзувањата следува

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{a_t}{a_n} = \frac{1}{4\pi}; \quad \alpha = \mathrm{arctg}\frac{1}{4\pi} = 4{,}6^\circ.$$



Задача 2. Количка со маса m и кинетичка енергија E_{k1} удира во количка која мирува, а има два пати поголема маса од првата. Двете колички при судирот се слепуваат и продолжуваат да се движат заедно. Каков вид на судир имаме при заемнодејство на количките и кој закон за запазување важи? Колкав дел од вкупната механичка енергија на системот за време на судирот е претворен во друг вид енергија?

***Решение*:** Ова е нееластичен судир и важи законот за запазување на импулсот.

Од овој закон следува дека вкупниот импулс на системот пред и по судирот е еднаков, т.е.

$$m \cdot v_1 = (m + 2m) \cdot v_2$$

Пред судирот количката што се движи со брзина v_1 има кинетичка енергија

$$E_{k1} = \frac{m \cdot v_1^2}{2}$$

По судирот кинетичката енергија на системот кој се движи со брзина v_2 е

$$E_{k2} = \frac{3m \cdot v_2^2}{2}.$$

или

$$E_{k2} = \frac{1}{3} E_{k1}.$$

При нееластичниот судир на количките еден дел од механичката енергија на системот се преминува во внатрешна енергија. Тој дел е

$$\Delta E = E_{k1} - E_{k2}$$

или

$$\Delta E = \frac{2}{3} E_{k1}.$$

Задача 3. Под дејство на гравитационата сила вселенски брод се движи околу планета по кружна орбита со радиус $r = 7 \cdot 10^6$ m. Планетата има радиус $R = 6{,}11 \cdot 10^6$ m, а периодот потребен за едно обиколување околу планетата изнесува 107 min.
а) Колкава е масата на планета?
б) Пресметај го гравитационото забрзување на површината на планетата.
в) Пресметај ја брзината што треба да ја има вселенскиот брод за да го напушти гравитационото поле на планетата. Како се нарекува оваа брзина?

***Решение*:**
а) Гравитационата сила меѓу планетата и вселенскиот брод е:

$$F = \gamma \frac{m \cdot M}{r^2},$$

каде што m е маса на вселенскиот брод, а M маса на планетата.
Гравитационата сила има улога на центрипетална сила, односно,

$$\gamma \frac{m \cdot M}{r^2} = m \frac{v^2}{r}.$$

Ако линиската брзина на бродот ја изразиме преку аголната брзина $(v = \omega \cdot r)$, која пак е поврзана со периодот на обиколување $(\omega = 2\pi / T)$, за масата на планетата се добива:

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{\gamma T^2} \qquad \text{или} \qquad \boxed{M = 4{,}92 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}.$$

б) На површината на планетата гравитационата сила е еднаква на силата тежа со која планетата дејствува на телата што се наоѓаат на нејзината површина:

$$\gamma \frac{m_1 \cdot M}{R^2} = m_1 \cdot g,$$

од каде следува

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} \qquad \text{или} \qquad \boxed{g = 8{,}79\ \text{m/s}^2}.$$

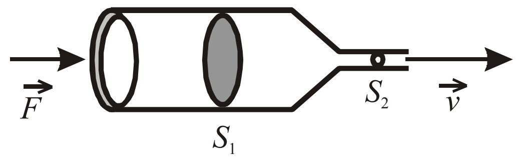
в) Кинетичката енергија што треба да ја има вселенскиот брод кој се наоѓа на оддалеченост r од центарот на планетата треба да биде поголема или еднаква на неговата гравитациона потенцијална енергија. Минималната брзина што треба да ја има вселенскиот брод за да го напушти гравитационото поле на планетата се добива кога тие две енергии се еднакви.

$$\frac{m \cdot v_2^2}{2} = \gamma \frac{m \cdot M}{r}$$

За *брзината на ослободување* (или уште позната како *втора космичка брзина*) се добива

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\gamma M}{r}} \qquad \text{или} \qquad \boxed{v_2 = 9{,}68 \cdot 10^3\ \text{m/s}}.$$

Задача 4. Пред да го боцне животното, ветеринарот исфрла еден дел од течноста, така што држејќи го шприцот хоризонтално дејствува на клипот со сила $F = 4\,\mathrm{N}$. Да се пресмета брзината на исфрлање на течноста од иглата, ако знаеме дека дијаметарот на клипот е $d_1 = 3{,}4\,\mathrm{cm}$, а на иглата $d_2 = 0{,}6\,\mathrm{mm}$. Густината на течноста во шприцот е $\rho = 1\,\mathrm{g/cm^3}$.



Решение: Шприцот претставува цевка со различни напречни пресеци. Ако течноста во шприцот може да ја разгледуваме како идеален флуид кој стационарно струи, тогаш може да ја примениме Бернулиевата равенка за хоризонтално поставена цевка

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} \qquad (1)$$

каде што

$$p_1 = p_0 + \frac{F}{S_1}\,, \qquad p_2 = p_0\,, \qquad (2)$$

а p_0 е атмосферски притисок.

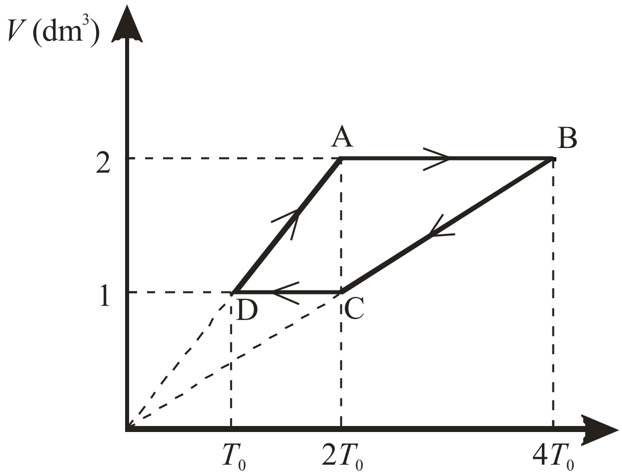
Од законот за континуитет ја добиваме врската меѓу брзината на течноста во шприцот v_1 и брзината на исфрлање на течноста од иглата v_2

$$v_1 = v_2 \frac{d_2^2}{d_1^2}\,. \qquad (3)$$

Со внесување на изразите (2) и (3) во (1) добиваме

$$v_2 = \sqrt{\frac{8F}{\pi\rho d_1^2\left[1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4\right]}} = 3{,}0\,\mathrm{m/s}\,.$$

Задача 5. Да се пресмета работата што ја врши гасот кај кружниот процес претставен на слика 5, ако притисокот на гасот во состојба А е $p_A = 0{,}1\,\text{MPa}$.



Сл. 5

***Решение*:** Ако истиот кружен процес од $V-T$ дијаграм го претставиме во $p-V$ дијаграм, ќе добиеме затворен циклус од две изобари и две изохори (слика 5а). На делот $\text{A} \to \text{B}$ гасот изохорно ја зголемува температурата за двапати, па согласно Шарловиот закон за двапати ќе се зголеми и притисокот, односно

$$p_B = 2p_A .$$

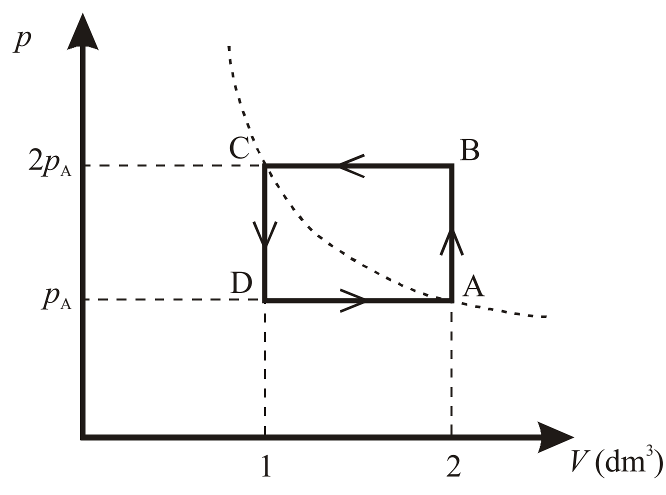
При изохорен процес гасот не врши работа, а за изобарните процеси таа е

$$\Delta A_{BC} = 2p_A(V_C - V_B) = -2p_A\Delta V$$
$$\Delta A_{DA} = p_A(V_A - V_D) = p_A\Delta V$$
$$\Delta A = -2p_A\Delta V + p_A\Delta V = -p_A\Delta V .$$

Вкупната работа што ја врши гасот ќе биде

$$\Delta A = \Delta A_{BC} + \Delta A_{DA} ,$$

или $\Delta A = -100\text{ J}$.



Сл. 5а

Забелешка: Вкупната работа може да се пресмета и како бројна вредност на плоштината на правоаголникот ABCD, земена со знак минус.