

54. РЕПУБЛИЧКИ НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД
СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА – 2011 година
II година

1. Две исти метални топчиња со маси 15 g се поставени како на слика 1. Првото топче е неподвижно прицврстено за прачка, а другото е врзано на конец. Двете топчиња се допираат со површините. Ако на секое од топчињата му се донесе полнеж q топчето кое е врзано на конец се отклонува за агол $2\alpha = 60^\circ$ во однос на првобитната положба. Да се пресмета полнежот на топчињата ако должината на конецот изнесува 0,2 m. Да се смета дека димензиите на топчињата се занемарливи во однос на должината на конецот.

Решение:

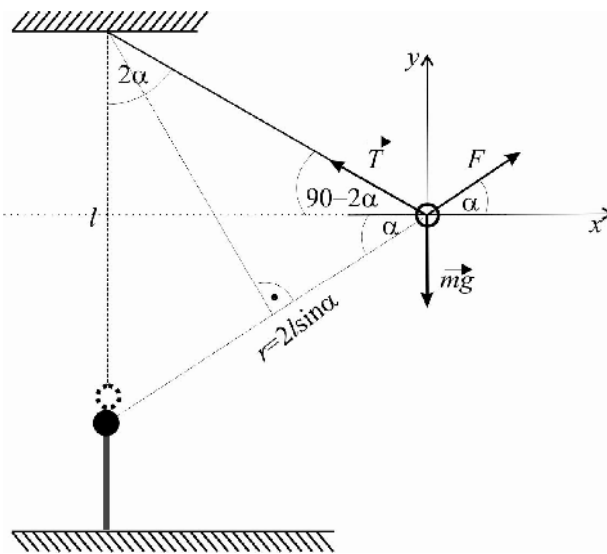
На топчето кое е обесено на конецот дејствуваат три сили кои се прикажани на сликата: T – сила на затегнување на конецот, F – Кулонова одбивна сила и mg силата тежа на топчето. За проекциите на тие сили во однос на x и y оските имаме:

$$F \cos \alpha - T \cos(90 - 2\alpha) = 0$$

$$F \sin \alpha + T \cos 2\alpha - mg = 0$$

Со решавање на системот равенки за Кулоновата одбивна сила се добива:

$$F = \frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\sin \alpha \operatorname{tg} 2\alpha + \cos \alpha} mg,$$



или користејќи ги следниве тригонометриски идентети:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha},$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha,$$

силата на одбивање помеѓу топчињата може да се пресмета со следната формула:

$$F = 2mg \sin \alpha.$$

(До истата формула може да се дојде ако се забележи дека аглиите помеѓу силите прикажани на цртежот се 120° и дека $|\vec{F}| = |\vec{T}| = |m\vec{g}|$)

Од друга страна, според Кулоновата закон за одбивна сила имаме:

$$F = k \frac{q^2}{r^2} = k \frac{q^2}{(2l \sin \alpha)^2}.$$

Со изедначување на последните две равенки за полнежот на топчињата се добива:

$$q = \sqrt{\frac{8l^2 mg \sin^3 \alpha}{k}} = 0,8$$

2. Плоштината на плочите на плочест кондензатор изнесува 100cm^2 , а растојанието помеѓу нив е $0,1\text{cm}$. На плочите од кондензаторот е донесен напон од 600V . Да се одреди колкава струја ќе потече во надворешниот дел од колото ако едната плоча почне да се движи во однос на другата со константна брзина од 6cm/s вертикално нагоре, како што е прикажано на слика 2. Да се смета дека кондензаторските плочи се квадратни и дека напонот помеѓу плочите се одржува константен.

Решение:

Со оглед на тоа што едната од плочите на кондензаторот се движи во однос на другата, капацитетот на кондензаторот се менува во текот на времето, како и полнежот на кондензаторските плочи. Го разгледуваме капацитетот на кондензаторот во моментите t_1 и t_2 :

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{S_1}{d} = \epsilon_0 \frac{S_0 - lvt_1}{d},$$

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{S_2}{d} = \epsilon_0 \frac{S_0 - lvt_2}{d},$$

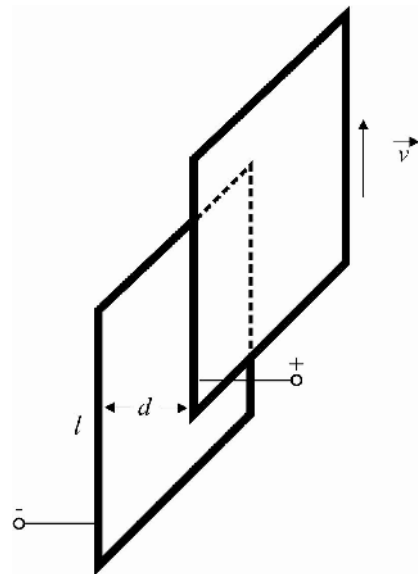
каде со l е означена должината на страната на кондензаторската плоча. Полнежот на кондензаторот во моментите t_1 и t_2 изнесува:

$$q_1 = C_1 U = \epsilon_0 \frac{S_1}{d} U$$

$$q_2 = C_2 U = \epsilon_0 \frac{S_2}{d} U$$

Во временскиот интервал $\Delta t = t_2 - t_1$ во електричниот круг протекнува струја која може да се пресмета според релацијата:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q_1 - q_2}{t_2 - t_1} = \epsilon_0 \frac{S_1 - S_2}{t_2 - t_1} \frac{U}{d} = \epsilon_0 \frac{vl}{d} U = \epsilon_0 \frac{v\sqrt{S_0}}{d} U = 32\text{ nA}.$$



3. Електричен чајник содржи два греачи. Ако е вклучен само првиот греач водата за чајот зоврива за 15 min. Кога се вклучува пак само вториот греач водата зоврива за време од 30 min. По колку минути ќе зоврие водата ако:

- двата греачи се поврзат сериски;
- двата греачи се поврзат паралелно?

Решение:

Нека со R_1 и R_2 ги означиме соодветните отпори на двата греачи. Ако напонот на кој се вклучува чајникот е U , тогаш количеството топлина потребно да зоврие водата во чајникот Q , која се издвојува при вклучувањето на првиот греач е:

$$Q = \frac{U^2}{R_1} t_1$$

Исто толкаво количество е потребно да се издвои за да зоврие водата и ако е поврзана само вториот греач:

$$Q = \frac{U^2}{R_2} t_2 \quad \text{или} \quad Q = \frac{U^2}{R_2} t_1 = \frac{U^2}{R_2} t_2,$$

па од тука се добива:

$$\frac{t_1}{R_1} = \frac{t_2}{R_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{t_2}{t_1}.$$

Ако во горната равенка се внесе условот на задачата се добива:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{30}{15} = 2 \quad \Rightarrow \quad R_2 = 2R_1.$$

а) Издвоеното количество топлина за да зоврие водата при сериското поврзување на двата греачи е:

$$Q = \frac{U^2}{R_1 + R_2} t_3.$$

Тоа е еднакво на топлината што се издвојува кога е поврзан само првиот греач, или:

$$Q = \frac{U^2}{R_1 + R_2} t_3 = \frac{U^2}{R_1} t_1 \quad \text{или} \quad \frac{t_3}{t_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = \frac{3R_1}{R_1} = 3.$$

Значи при сериското поврзување водата ќе зоврие по време

$$t_3 = 3t_1 = 45 \text{ min}$$

б) Издвоеното количество топлина за да зоврие водата при паралелното поврзување на двата греачи е:

$$Q = \frac{U^2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2} t_4$$

а и тоа е еднакво на топлината што се издвојува кога е поврзана само првиот греач:

$$Q = \frac{U^2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2} t_4 = \frac{U^2}{R_1} t_1 \quad \Rightarrow \quad t_4 = \frac{2}{3} t_1 = 10 \text{ min}$$

4. Да се пресмета колкава струја би покажувал амперметарот на слика 3 ако кружна рамка направена од спроводна жица чиј отпор по единица должина изнесува R се наоѓа во магнетно поле кое е нормално на рамнината во која лежи рамката. Јачината на полето се менува со текот на времето според законот $B = kt$, каде k е позитивна константа. Жицата врзана помеѓу точките C и D поминува низ центарот на кружната рамка и има должина D .

Решение:

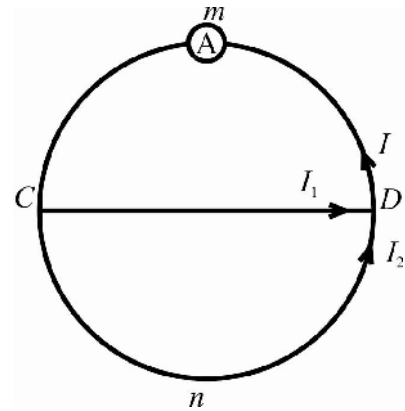
Контурата прикажана на сликата може да се раздели на две контури CmD и CnD , секоја со плоштина:

$$S = \frac{\pi D^2}{8}.$$

Магнетниот флукс низ секоја од контурите во моментите t_1 и t_2 изнесува:

$$\Phi_1 = B_1 S = \frac{kt_1 \pi D^2}{8}$$

$$\Phi_2 = B_2 S = \frac{kt_2 \pi D^2}{8}$$

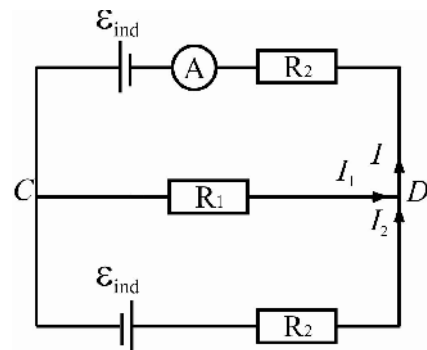


Слика 1

а електромоторната сила која се индуцира во секоја од контурите може да се пресмета според релацијата:

$$\varepsilon_{\text{ind}} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1} = \frac{k\pi D^2}{8}.$$

Индуцираната електромоторна сила во двете контури овозможува течење на струја како што е прикажано на сликата. (Еквивалентна шема на колото се слика 2) Користејќи ги Кирхофовите правила за секоја од контурите може да се запише:



Слика 2

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= I \\ I_1 R_1 + I R_2 &= \varepsilon_{\text{ind}} \\ I_2 R_2 - I_1 R_1 &= \varepsilon_{\text{ind}} \end{aligned}$$

Каде со R_1 е означен отпорот на спроводникот cd додека со R_2 се означени отпорите на спроводниците cmd и cnd . Бидејќи отпорот на спроводникот по единица должина е R за отпорите R_1 и R_2 имаме:

$$\begin{aligned} R_1 &= RD \\ R_2 &= R \frac{\pi D}{2} \end{aligned}$$

Ако се реши системот равенки за струите кои течат во контурата добиваме:

$$\begin{aligned} I_1 &= 0, \\ I &= I_2 = \frac{\varepsilon_{\text{ind}}}{R_2} = \frac{kD}{4R}, \end{aligned}$$

што преставува и вредност на струја која ќе ја покажува и амперметарот врзан во електричниот круг.

5. Во LC осцилаторен круг кој содржи кондензатор со капацитет $C_0 = 1 \mu\text{F}$ доаѓа до резонанс кога фреквенцијата на осцилациите изнесува $f_1 = 400 \text{ Hz}$. Ако паралелно на кондензаторот се врзе уште еден кондензатор со капацитет C резонантната фреквенција изнесува $f_2 = 100 \text{ Hz}$. Да се определи капацитетот на кондензаторот C .

Решение:

За да се добие резонанс во LC осцилаторен круг потребно е капацитивниот отпор во осцилаторниот круг да биде еднаков на индуктивниот отпор, т.е.

$$R_L = R_C,$$

или

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

Оттука, за резонантната фреквенција се добива:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Кога во осцилаторниот круг е врзан само кондензаторот со капацитет C_0 , за резонантната фреквенција запишуваме:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}}.$$

Ако во осцилаторниот круг се додаде уште еден кондензатор со капацитет C паралелно на кондензаторот со капацитет C_0 , за резонантната фреквенција може да се запише

$$f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_0 + C)}}.$$

Со решавање на последните две равенки за капацитетот на кондензаторот C се добива:

$$C = C_0 \frac{f_1^2 - f_2^2}{f_2^2} = 15 \mu\text{F}.$$