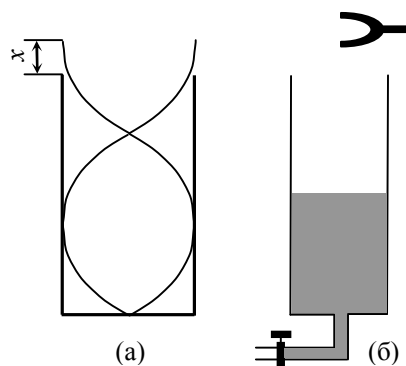


54. РЕПУБЛИЧКИ НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД  
СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА – 2011 година

III година  
(решенија на задачите)

**Задача 1.** Познато е дека при формирање на воздушен стоен бран во цевка отворена на едниот крај, еден од мевовите на бранот е лоциран на местото каде што се наоѓа отворот на цевката. Подеталната анализа покажува дека ова тврдење не е потполно точно и дека соодветниот мев на бранот се формира малку над рамнината на отворот (сл.1). Растојанието  $x$ , од крајот на цевката до рамнината во која се формира мевот е познато како корекција на завршетокот и е пропорционално со радиусот на цевката  $r$ , т.е.  $x = k \cdot r$ , каде што  $k$  е коефициент на



Сл. 1

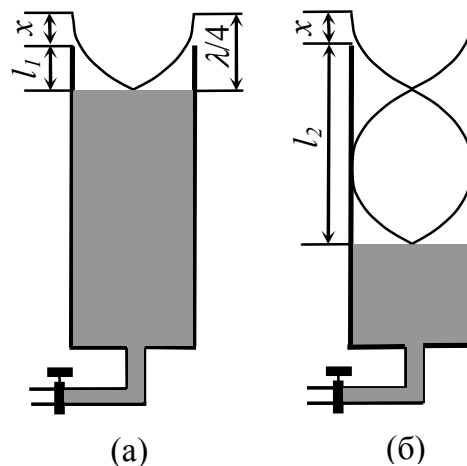
пропорционалност. За да се определи коефициентот на пропорционалност во горната релација изведен е следниов експеримент. Цевка со радиус  $r = 4,2 \text{ cm}$  е наполнета до врвот со вода. Над горниот отвор на цевката се поставува звучна вилушка која генерира звучен бран. Потоа, водата од цевката постепено се испушта така што висината на воздушниот столб во неа континуирано се зголемува. Кога нивото на водата во цевката се наоѓа на растојание  $l_1 = 0,10 \text{ m}$  од отворот се формира првиот стоен бран, што се забележува според засилувањето на интензитетот на звукот. Со натамошно истекување на водата интензитетот на звукот се намалува и следниот стоен бран се формира кога нивото на водата ќе се најде на растојание  $l_2 = 0,35 \text{ m}$  од отворот. а) Пресметајте го коефициентот на пропорционалност  $k$  во релацијата  $x = k \cdot r$ ; б) Колкава е брзината на звукот во воздух ако фреквенцијата со која осцилира звучната вилушка изнесува  $f = 690 \text{ Hz}$ ?

**Решение**

а) Првиот воздушен стоен бран се формира кога е задоволен условот :

$$\frac{\lambda}{4} = l_1 + x, \quad (1)$$

каде што  $l_1$  е растојанието од површината на водата до врвот на цевката, а  $x$  е растојанието од врвот до местото каде што се формира мевот на стојниот бран (види слика 1а).



Сл. 1

Вториот стоен бран се формира кога е задоволен условот (види слика 1б):

$$\frac{3\lambda}{4} = l_2 + x. \quad (2)$$

Од равенките (1) и (2), со елиминација на  $\lambda$ , го изразуваме растојанието  $x$ :

$$3(l_1 + x) = l_2 + x, \quad x = \frac{l_2 - 3l_1}{2} \quad (3)$$

Бараниот коефициент на пропорционалност ќе биде

$$k = \frac{x}{r} = \frac{l_2 - 3l_1}{2r} = 0,60,$$

Односно релацијата која ги поврзува корекцијата на завршетокот и радиусот на цевката може да се запише како  $x \approx 0,6 \cdot r$ .

**б)** Брзината на звукот се пресметува според  $c = \lambda \cdot f$ . Со одземање на равенките (2) и (1) ја наоѓаме брановата должина:

$$\lambda = 2(l_2 - l_1), \quad (4)$$

од каде што за брзината на звукот се добива

$$c = 2(l_2 - l_1) \cdot f = 345 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Задача 2.** Предмет и неговиот исправен лик стојат симетрично во однос на фокусот на леќата. Растојанието од предметот до фокусот изнесува 4,0 cm.

- а) Колкаво е фокусното растојание на леќата?  
 б) Колкаво е линиското зголемување на леќата?

**Решение**

Ако леќата е собирна, тогаш предметот се наоѓа помеѓу фокусот и леќата, а ликот е имагинарен, па ќе важи релацијата:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}. \quad (1)$$

Бидејќи предметот и ликот се подеднакво оддалечени од фокусот, на растојание  $x = 4$  cm, важи  $p = f - x$  и  $l = f + x$ , па релацијата (1) се запишува како:

$$\frac{1}{f - x} - \frac{1}{f + x} = \frac{1}{f}. \quad (2)$$

Оттука се добива квадратната равенка:

$$f^2 - 2f \cdot x - x^2 = 0, \quad (3)$$

чие што, физички прифатливо решение е:

$$f = x \cdot (1 + \sqrt{2}) = 9,7 \text{ cm}.$$

Линиското зголемување ќе биде:

$$u = \frac{L}{P} = \frac{l}{p} = \frac{f + x}{f - x} = \frac{x(1 + \sqrt{2}) + x}{x(1 + \sqrt{2}) - x} = 1 + \sqrt{2} = 2,4.$$

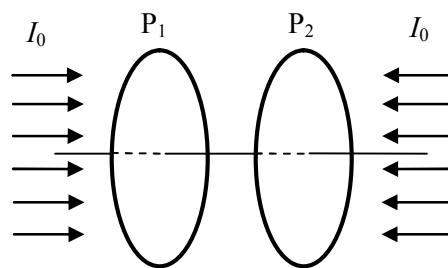
Ако леќата е растурна тогаш положбите на предметот и ликот се обратни, предметот се наоѓа позади фокусот  $p = f + x$ , а ликот се формира помеѓу леќата и фокусот,  $l = f - x$ . Равенката на леќата гласи:

$$\frac{1}{f + x} - \frac{1}{f - x} = -\frac{1}{f}, \quad (4)$$

а решението е исто како и во претходниот случај.  
 Линиското зголемување, во овој случај, изнесува:

$$u = \frac{L}{P} = \frac{l}{p} = \frac{f-x}{f+x} = \frac{x(1+\sqrt{2})-x}{x(1+\sqrt{2})+x} = \frac{1}{1+\sqrt{2}} = 0,41.$$

**Задача 3.** Два поларизатора  $P_1$  и  $P_2$  се поставени еден позади друг, како на слика 3. Рамнината на поларизација на првиот поларизатор е под агол  $\alpha$  во однос на рамнината на цртежот, а рамнината на поларизација на вториот поларизатор е под агол  $\beta$ . На системот паѓа светлински сноп со интензитет  $I_0$ . Упадната светлина е поларизирана во рамнина на цртежот. Да се најде интензитетот на светлината што излегува од системот, ако:



Сл. 3

- (а) светлинскиот сноп паѓа на системот од левата страна;
- (б) светлинскиот сноп паѓа на системот од десната страна.
- (в) Колкав е интензитетот на пропуштената светлина, ако влезната светлина е неполаризирана?

**Решение**

а) По излегувањето од првиот поларизатор, интензитетот на светлината изнесува:

$$I_1 = I_0 \cos^2 \alpha ,$$

а по излегувањето од системот:

$$I = I_1 \cos^2(\alpha - \beta) = I_0 \cos^2 \alpha \cdot \cos^2(\alpha - \beta) .$$

б) Во овој случај, интензитетот на излезната светлина ќе биде:

$$\begin{aligned} I_2 &= I_0 \cos^2 \beta ; \\ I &= I_2 \cos^2(\alpha - \beta) ; \\ I &= I_0 \cos^2 \beta \cdot \cos^2(\alpha - \beta) . \end{aligned}$$

в) Кога упадната светлина не е поларизирана, при минување низ првиот поларизатор интензитетот и се намалува за два пати, т.е  $I_3 = I_0/2$  , а по излегувањето од вториот поларизатор тој изнесува:

$$I = I_3 \cos^2(\alpha - \beta) = \frac{I_0}{2} \cos^2(\alpha - \beta) .$$

Во овој случај, независно од која страна светлината паѓа врз системот поларизатори, на излезот таа ќе има ист интензитет.

**Задача 4.** Врз површината на плочка од цезиум паѓа сноп од ласерско зрачење со моќност 2 mW и бранова должина 600 nm. Во просек на секои  $10^{16}$  фотони кои паѓаат на површината од металот доаѓа до избивање на еден електрон (овој однос ја дефинира т.н. ефикасност за емисија на електрони). Излезната работа на цезиумот е 1,8 eV.

- а) Колкава е максималната брзина на емитираните електрони, а колкав е закочниот напон?
- б) Колкава е јачината на струјата што ја создаваат избиените електрони?
- в) Дали е можно со промена на брановата должина на ласерската светлина, без промена на моќноста на ласерот и ефикасноста за емисија на електрони, да се добие два пати поголема јачина на струјата од емитираните електрони?

**Решение**

а) Максималната кинетичка енергија на емитираните електрони се определува според релацијата:

$$E_{k,\max} = hf - A = h \frac{c}{\lambda} - A, \quad (1)$$

каде што  $f$  е фреквенцијата на ласерската светлина, а  $A$  ( $A = 1,8 \text{ eV} = 1,8 \cdot e = 2,88 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ) е излезната работа на металот. Оттука, за максималната брзина на емитираните електрони се добива:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{k,\max}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(hc/\lambda - A)}{m_e}} = 3,09 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (2)$$

Закочниот напон е:

$$eU_z = E_{k,\max} \quad U_z = \frac{hc/\lambda - A}{e} = 0,27 \text{ V}. \quad (3)$$

б) Јачината на струјата што се добива од емитираните електрони се пресметува како

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\Delta N_1 \cdot e}{\Delta t}, \quad (4)$$

каде што  $\Delta N_1$  е број на емитирани електрони за време  $\Delta t$ . Бројот на емитирани електрони  $\Delta N_1$  зависи од бројот на фотони  $\Delta N$  кои во дадениот временски интервал удираат на површината од металот и со него е поврзан преку следнава релација:

$$\Delta N_1 = \gamma \cdot \Delta N, \quad (5)$$

каде што  $\gamma = 1/10^{16} = 10^{-16}$  е ефикасноста за емисија на електрони. Од друга страна, согласно зададената моќност на ласерот, бројот на фотони  $\Delta N$  се определува како:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta N \cdot hf}{\Delta t} = \frac{\Delta N}{\Delta t} \frac{hc}{\lambda}; \quad \Delta N = \frac{P\lambda}{hc} \Delta t . \quad (6)$$

Со замена на (5) и (6) во (4) за јачината на струјата се добива:

$$I = \gamma \frac{P\lambda e}{hc} = 9,65 \cdot 10^{-20} \text{ A} . \quad (7)$$

**в)** За да се зголеми јачината на струјата за два пати потребно е бројот на фотони од ласерскиот сноп кој во единица време паѓаат на површината на металот да се зголеми за два пати. Бидејќи  $\Delta N/\Delta t = P/hf$ , а моќноста на ласерот, согласно условот на задачата, треба да остане непроменета, следува дека удвојувањето на бројот на фотони е можно само доколку енергијата (фреквенцијата) на фотоните се намали за два пати.

Во тој случај фотоните ќе имаат енергија  $E' = hf/2 = hc/2\lambda = 1,66 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,04 \text{ eV}$ . Имајќи предвид дека излезната работа на цезиумот е 1,8 eV следува дека овие фотони нема да предизвикаат фотоэффект, што значи дека под дадените услови не е можно да се добие два пати посилна струја.

**Задача 5.** Радиоактивен препарат содржи два радиоактивни изотопи на фосфорот:  $^{32}\text{P}$  (период на полураспаѓање  $T_1 = 14,3$  дена) и  $^{33}\text{P}$  (период на полураспаѓање  $T_2 = 25,3$  дена). На почетокот 10 % од радиоактивните распади во препаратот се должат на изотопот  $^{33}\text{P}$ . Колкав процент од радиоактивните распади на препаратот ќе потекнуваат од истиот изотоп после 209 дена?

**Решение**

Величините кои се однесуваат на изотопот  $^{32}\text{P}$  ќе ги означиме со индекс 1, а оние кои се однесуваат на изотопот  $^{33}\text{P}$  со индекс 2. Почетната активност на препаратот е  $A_0 = A_{01} + A_{02}$ , каде што според условот  $A_{01} = 0,9A_0$ , додека  $A_{02} = 0,1A_0$ . Од последните две релации, имајќи предвид дека  $A = \lambda N$ , каде што  $\lambda$  е константата на радиоактивното распаѓање, а  $N$  е бројот на нераспаднати атоми, за односот на почетните активности се добива:

$$\frac{A_{01}}{A_{02}} = \frac{\lambda_1 N_{01}}{\lambda_2 N_{02}} = 9. \quad (1)$$

Активноста на препаратот по истекот на времето  $t$  ќе биде  $A = A_1 + A_2$ . Ако уделот на изотопот  $^{33}\text{P}$  во вкупната активност на препаратот го означиме со  $k$ , тогаш ќе имаме  $A_1 = (1-k)A$  и  $A_2 = kA$ . Оттука за односот на активноста на одделните препарати се добива

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\lambda_1 N_1}{\lambda_2 N_2} = \frac{1-k}{k}. \quad (2)$$

Ако се искористи законот за радиоактивно распаѓање  $N = N_0 e^{-\lambda t}$  и релацијата (1), тогаш последната релација се трансформира во следнава равенка:

$$\frac{\lambda_1 N_{01} e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2 N_{02} e^{-\lambda_2 t}} = \frac{1-k}{k} \quad 9e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t} = \frac{1-k}{k}. \quad (3)$$

Со решавање на равенката (3) наоѓаме:

$$k = \frac{1}{1 + 9e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t}} = \frac{1}{1 + 9e^{-\ln 2 \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) t}} = 0,90 = 90\% .$$