

Решенија на задачите за I година

LI РЕПУБЛИЧКИ НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА ЗА
УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА ВО РЕПУБЛИКА
МАКЕДОНИЈА
16 мај 2009



I година

Задача 1. Топче се пушта да паѓа без почетна брзина од некоја висина над површината на земјата. Во точката А од неговата траекторија, топчето имало брзина $v_A = 2 \text{ m/s}$, а во точката В брзина $v_B = 14 \text{ m/s}$. Да се определи растојанието помеѓу точките А и В, како и времето потребно топчето да го помине тоа растојание.

Решение:

Ако со h го означиме растојанието од точката на пуштање на топчето до точката А од неговата траекторија, а со H соодветно растојанието од точката на пуштање до точката В, тогаш:

$$v_A = \sqrt{2gh},$$

$$v_B = \sqrt{2gH},$$

односно

$$h = \frac{v_A^2}{2g},$$

$$H = \frac{v_B^2}{2g}.$$

Бидејќи бараното растојание помеѓу точките А и В изнесува $\overline{AB} = H - h$, добиваме

$$\overline{AB} = \frac{v_B^2}{2g} - \frac{v_A^2}{2g} = 9,8 \text{ m}.$$

Ако претпоставиме дека времето на паѓање на топчето од точката на пуштање до точката А е t_1 , а соодветното време на паѓање од точката на пуштање до точката В е t_2 , тогаш важат релациите

$$t_1 = \frac{v_A}{g},$$

$$t_2 = \frac{v_B}{g}.$$

Следствено, времето Δt за кое што топчето ќе го помине растојанието од А до В е еднакво на разликата $t_2 - t_1$, односно

$$\Delta t = \frac{v_B - v_A}{g} = 1,22 \text{ s}.$$

Задача 2. Тело со маса $m = 0,8 \text{ kg}$ е принудено да се движи нагоре по вертикален сид под дејство на сила $F = 20 \text{ N}$ која што со вертикалата зафаќа агол $\alpha = 30^\circ$, како што е прикажано на слика 1. Да се определи забрзувањето на телото, ако коефициентот на триење помеѓу сидот и телото е $\mu = 0,2$. За вредноста на земјиното забрзување да се земе $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Решение:

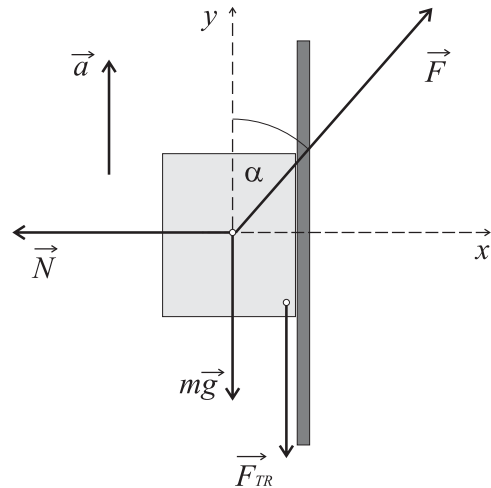
Врз телото дејствуваат четири сили: силата \vec{F} насочена под агол α во однос на вертикалата, силата на реакција на подлогата \vec{N} нормално на површината на сидот, силата на триење \vec{F}_{tr} насочена вертикално надолу, односно спротивно од насоката на движење на телото, и силата на земјина тежа $m\vec{g}$ со ист правец и насока како и силата на триење (сл. 1). Според тоа, вториот Њутнов закон во векторски облик ќе изгледа:

$$\vec{F} + \vec{F}_{tr} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a},$$

или во проекции на x и y оските, соодветно:

$$F \sin \alpha - N = 0,$$

$$F \cos \alpha - mg - F_{tr} = ma.$$



Сл. 1

Земајќи предвид дека $F_{tr} = \mu N$, со елиминација на N од последниот систем равенки го добиваме забрзувањето на телото:

$$a = \frac{F(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) - mg}{m},$$

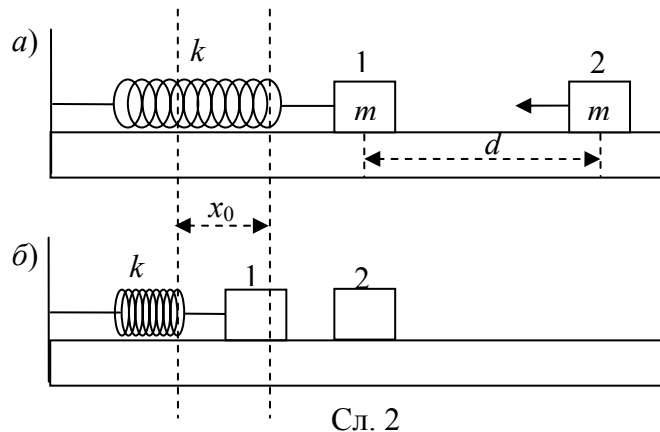
односно

$$a = 9,34 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Решенија на задачите за I година

Задача 3. Тело со маса m лежи на хоризонтална подлога, поврзано за вертикален сид преку пружина со коефициент на еластичност k (сл. 2). На растојание d од него, лежи друго тело со еднаква маса. Колкава брзина треба да му се соопшти на второто тело за после судирот меѓу двете тела и збивањето на пружината, првото тело да се врати во првобитната положба? Коефициентот на триење помеѓу телата и подлогата е μ . Судирот помеѓу телата да се смета за идеално еластичен.

Решение:



Сл. 2

Задачата ќе ја решиме со помош на законот за запазување на енергијата. Ако во почетниот момент на телото 2 му била соопштена брзина v (сл. 2а), тогаш во моментот непосредно пред судирот тоа поседува енергија еднаква на неговата кинетичка енергија во почетниот момент намалена за вредноста на работата против силите на триење долж патот d , односно

$$E_1 = \frac{mv^2}{2} - \mu mgd \quad (1)$$

При судирот, телото 2 целата своја енергија ја предава на телото 1 (судирот е идеално еластичен, а масите на телата се еднакви). По судирот телото 2 застанува, а телото 1 продолжува да се движи, при што доаѓа до збивање на пружината (сл. 2б). Во моментот на максимална деформација на пружината, енергијата E_1 што ја имало телото 1 во почетниот момент, намалена за загубите при совладувањето на силата на триење се претвора во потенцијална енергија на збиената пружина т. е.

$$E_1 - \mu mgx_0 = \frac{mv^2}{2} - \mu mgd - \mu mgx_0 = \frac{kx_0^2}{2}, \quad (2)$$

каде што x_0 е деформацијата на пружината во моментот кога е максимално збиена (патот што го поминува телото 1 е еднаков на деформацијата x_0).

Конечно, телото 1 ќе се врати во првобитната положба, ако потенцијална енергија на збиената пружина е доволна да ги совлада силите на триење долж патот x_0 , односно

$$\frac{kx_0^2}{2} = \mu mgx_0 \Rightarrow x_0 = \frac{2\mu mg}{k} \quad (3)$$

Од (2) и (3) се добива

Решенија на задачите за I година

$$\frac{mv^2}{2} = \mu mgd + 2\mu mgx_0 \quad (4)$$

Ако добиената вредност за x_0 од (3) се замени во (4), за брзината се добива

$$\begin{aligned} \frac{mv^2}{2} &= \mu mgd + 2\mu mg \frac{2\mu mg}{k} \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \mu mgd + \frac{4\mu^2 m^2 g^2}{k} \Rightarrow \\ \Rightarrow v &= \sqrt{2\mu gd + \frac{8\mu^2 mg^2}{k}} = 2\mu g \sqrt{\frac{d}{2\mu g} + \frac{2m}{k}} \end{aligned} \quad (5)$$

Забелешка: задачата може да се реши и ако се согледа дека целата кинетичка енергија, што системот ја има во почетниот момент се троши за вршење механичка работа против силите на триење, долж вкупниот пат ($d + 2x_0$), што е всушност содржано во (4), а потоа да се примени условот 3.

Задача 4. Масата на еден стаклен балон е измерена три пати: прво евакуиран (празен), потоа полн со воздух при атмосферски притисок $p_0 = 10^5$ Pa, и на крај наполнет со непознат гас под притисок $p = 1,5 \cdot 10^5$ Pa. Добиените маси се $m_1 = 200$ g, $m_2 = 204$ g и $m_3 = 210$ g. Да се определи моларната маса на непознатиот гас, ако моларната маса на воздухот е 29 kg/kmol.

Решение:

Клапејроновата равенка (равенката за состојба на идеален гас), кога стаклениот балон е наполнет со непознатиот гас гласи:

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (1)$$

каде што p е притисокот на непознатиот гас, V – волуменот на стаклениот балон, m – масата на гасот, M – моларната маса на гасот, R – универзалната гасна константа, T – температурата.

Од (1) за моларната маса на непознатиот гас се добива:

$$M = \frac{m RT}{p V}. \quad (2)$$

Масата на непознатиот гас m , според условот на задачата ќе биде еднаква на разликата на масата на балонот наполнет со гасот и масата на евакуираниот балон, односно

$$m = m_3 - m_1, \quad (3)$$

додека односот $\frac{RT}{V}$, ќе го изразиме од Клапејроновата равенка за случајот кога балонот е наполнет со воздух (температурата и волуменот на воздухот и непознатиот гас се еднакви), којашто е од облик

$$p_0 V = \frac{m_a}{M_a} RT, \quad (4)$$

p_0 – притисок на воздухот, m_a – масата на воздухот, M_a – моларната маса на воздухот. Според условот на задачата масата на воздухот е еднаква на

$$m_a = m_2 - m_1. \quad (5)$$

Од (4) за $\frac{RT}{V}$ се добива

$$\frac{RT}{V} = \frac{p_0 M_a}{m_a}. \quad (6)$$

Конечно, ако овој израз се замени во (2) и се имаат предвид изразите (3) и (5) за масите на непознатиот гас и воздухот, а потоа се заменат дадените бројни вредности, се добива вредноста на моларната маса на непознатиот гас:

$$M = \frac{m_3 - m_1}{m_2 - m_1} \frac{p_0}{p} M_a = 48,3 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}.$$

Задача 5. За кревање на товар со маса од $2 \cdot 10^3$ kg со хидраулична дигалка е извршена работа од 4 J. Притоа, помалиот клип од дигалката направил 10 придвижувања, поместувајќи се за 10 cm при секое придвижување. Да се пресмета колку пати плоштината на поголемиот клип е поголема од плоштината на помалиот клип.

Решение:

Според Паскаловиот закон, притисокот што дејствува на двата клипа е еднаков, односно

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}, \quad (1)$$

каде што F_1 е силата што дејствува на помалиот клип, а S_1 неговата плоштина, додека F_2 е силата којашто дејствува на поголемиот клип, а S_2 неговата плоштина.

Во задачата се бара односот S_2/S_1 , којшто според (1) е еднаков на

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{F_2}{F_1}. \quad (2)$$

Силата F_2 што дејствува на поголемиот клип е еднаква на тежината на товарот, односно $F_2 = mg$, а силата F_1 што се приложува на помалиот клип може да се пресмета од механичката работа дадена со

$$A = F_1 s = F_1 n h_1, \quad (3)$$

каде што s е вкупниот пат што го поминува помалиот клип и тој е еднаков на производот од вкупниот број придвижувања n што ги прави клипот и поместувањето h_1 при секое придвижување.

Според (3), за силата F_1 добиваме

$$F_1 = \frac{A}{n h_1}. \quad (4)$$

Конечно заменувајќи ги изразите за F_1 и F_2 во (2), за односот на плоштините на клиповите се добива

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{n h_1 m g}{A} = 4905.$$