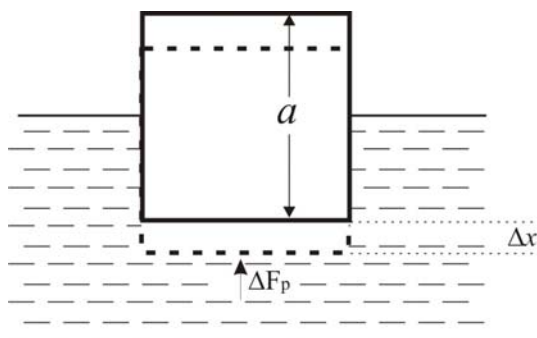




Задача 1. Дрвена коцка со должина на страната a плива во вода (сл. 1). Да се одреди густината на дрвото ако периодот на малите осцилации кои се јавуваат кога коцката малку дополнително ќе се потопи во водата и пушти, изнесува T . Густината на водата е ρ_0 .

Решение:

Кога коцката плива во вода, потисната сила која дејствува на потопениот дел од коцката е еднаква на нејзината тежина. Ако коцката се потопи до некоја дополнителна длабочина Δx , се јавува зголемување на силата на потисокот:



Слика 1

$$\Delta F_p = \rho_0 \cdot g \cdot a^2 \cdot \Delta x.$$

Со пуштањето на коцката, оваа дополнителна сила предизвикува осцилации и дејствува како еластична сила. Од равенката:

$$k \cdot \Delta x = \rho_0 \cdot g \cdot a^2 \cdot \Delta x,$$

се добива константата на пропорционалност k :

$$k = \rho_0 \cdot g \cdot a^2,$$

која се заменува во изразот за период на мали осцилации:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{\rho \cdot a^3}{\rho_0 \cdot g \cdot a^2}}.$$

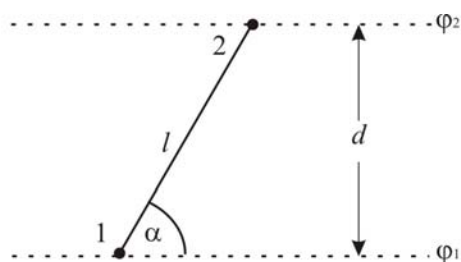
Оттука, за густината на дрвото ρ се добива:

$$\rho = \frac{T^2}{4\pi^2} \frac{\rho_0 g}{a}.$$

Решенија на задачите за II година

Задача 2. Точкест полнеж $q=10$ nC се поместува од точката 1 во точката 2 во електричното поле на рамномерно наелектризирана рамнина (сл. 2), чија површинска густина на полнежот изнесува $\sigma=2$ $\mu\text{C}/\text{m}^2$. Да се најде работата која ја вршат електростатските сили во овој процес, ако $l=20$ cm и $\alpha=60^\circ$.

Решение:



Рамнините кои поминуваат низ точките 1 и 2 се паралелни со наелектризираната рамнина и претставуваат еквипотенцијални површини. Разликата на нивните потенцијали зависи од јачината на електричното поле на рамнината

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \text{ и од нормалното растојание } d :$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot d = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot l \sin \alpha .$$

Слика 2

Според тоа, работата која се врши при поместување на полнежот од точката 1 во точката 2 изнесува:

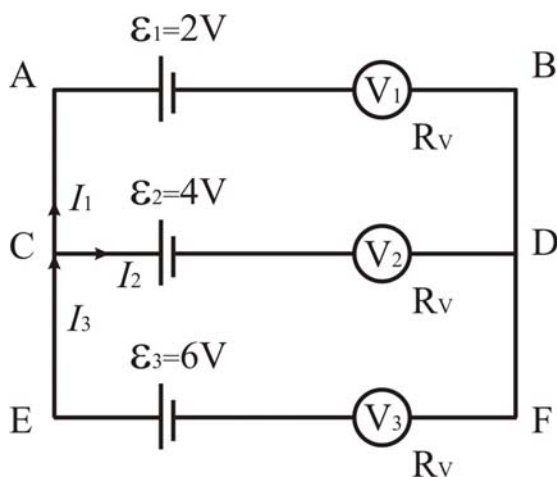
$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0} \cdot l \sin \alpha = 196 \cdot 10^{-6} \text{ J} .$$

Решенија на задачите за II година

Задача 3. Три акумулатори и три волтметри со внатрешен отпор $R_V=3000\Omega$, се врзани како на сл. 3. Ако внатрешните отпори на акумулаторите се занемарливи, да се одредат напоните кои ги покажуваат волтметрите.

Решение:

Ако насоките на струите ги означиме како на сликата, и го примениме првото Кирхофово правило на јазелот A, а второто Кирхофово правило на контурите ECDF и EABF добиваме:



Слика 3

$$\begin{aligned} I_3 &= I_2 + I_1 \\ \varepsilon_3 - \varepsilon_2 &= I_3 R_V + I_2 R_V \\ \varepsilon_3 - \varepsilon_1 &= I_3 R_V + I_1 R_V. \end{aligned}$$

Со решавање на горниот систем на три равенки со три непознати, за јачините на струите се добива:

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{1}{3} \left(2 \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_2}{R_V} - \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_1}{R_V} \right) = 0 \\ I_1 &= \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_2}{R_V} - 2I_2, \\ I_3 &= I_1. \end{aligned}$$

Според тоа, волтметрите ќе ги покажуваат следните напони:

$$\begin{aligned} U_1 &= I_1 R_V = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_1}{2 R_V} R_V = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_1}{2} = 2V \\ U_2 &= I_2 R_V = 0 \\ U_3 &= I_3 R_V = 2V. \end{aligned}$$

Решенија на задачите за II година

Задача 4. Наелектризирана честичка влегува во хомогено магнетно поле (во некоја средина), при што правецот на нејзиното движење е нормален на магнетните силиви линии. Поради интеракција со средината, честичката губи половина од својата кинетичка енергија. Да се определи односот на радиусите на кривините на патеката на честичката, на почетокот и на крајот од патот.

Решение:

За кружното движење на честичката во магнетното поле важи:

$$ma_n = F_L,$$

каде $F_L = qvB \sin \alpha$ е Лоренцовата сила, а $a_n = \frac{v^2}{R}$ нормалното забрзување. За $\alpha = 90^\circ$ следи:

$$\frac{mv^2}{R} = qvB \Rightarrow v = \frac{RqB}{m},$$

а оттука и изразот за кинетичката енергија:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{R^2 q^2 B^2}{2m}.$$

Доколку изразите за брзините на почетокот и на крајот од патот ги замениме во равенката

$E_{k2} = \frac{1}{2}E_{k1}$, се добива:

$$\frac{R_2^2 q^2 B^2}{2m} = \frac{1}{2} \frac{R_1^2 q^2 B^2}{2m}.$$

Оттука го наоѓаме односот на радиусите:

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{2}.$$

Решенија на задачите за II година

Задача 5. Краевите на еден калем, составен од $n=1000$ навивки, се кратко споени. Калемот е сместен во магнетно поле, при што магнетните силиви линии се паралелни со оската на калемот. Површината на напречниот пресек на калемот е $S=40 \text{ cm}^2$, а неговиот отпор $R=160 \text{ }\Omega$. Да се одреди топлотната загуба во единица време, ако промената на магнетната индукција во текот на времето е $10^{-3} \frac{\text{T}}{\text{s}}$.

Решение:

Поради рамномерна промена на магнетната индукција, низ калемот тече индуцирана струја со јачина $I_i = \frac{\varepsilon_i}{R}$, каде ε_i е индуцираната ЕМС:

$$\varepsilon_i = -n \cdot S \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

Промената на магнетната индукција е $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 10^{-3} \frac{\text{T}}{\text{s}}$, па индуцираната струја во калемот изнесува:

$$I_i = -\frac{nS\Delta B}{R\Delta t},$$

Течењето на струјата го загрева калемот. Според Џул-Ленцовиот закон, ослободената количина на топлина е $\Delta W = I_i^2 R \Delta t$, а топлотната загуба во единица време се пресметува на следниот начин:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = I_i^2 R.$$

Со замена на изразот за јачината на струјата во горната равенка, за моќноста се добива:

$$P = \frac{n^2 S^2}{R} \left(\frac{\Delta B}{\Delta t} \right)^2 = 10^{-7} \text{ W}.$$