Решенија на задачите за III година

LII РЕПУБЛИЧКИ НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА ВО РЕПУБЛИКА МАКЕДОНИЈА

16 мај 2009

III година

Задача 1. Микроскоп е составен од објектив со фокусно растојание $f_1 = 1{,}2\,\mathrm{cm}$ и окулар со фокусно растојание $f_2 = 2{,}8\,\mathrm{cm}$. Растојанието помеѓу објективот и окуларот е $d = 18{,}6\,\mathrm{cm}$. На колкаво растојание *p* од објективот треба да се постави предметот за неговиот лик да се набљудува јасно на растојание 18 cm од окото (кое е непосредно до окуларот)? Да се конструира добивањето на ликот.

Решение:

Равенката на тенка леќа за објективот е:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f_1},$$

од каде се изразува растојанието *p*

$$p = \frac{f_1 l}{l - f_1} \qquad (1)$$

Равенката на тенка леќа за окуларот е:

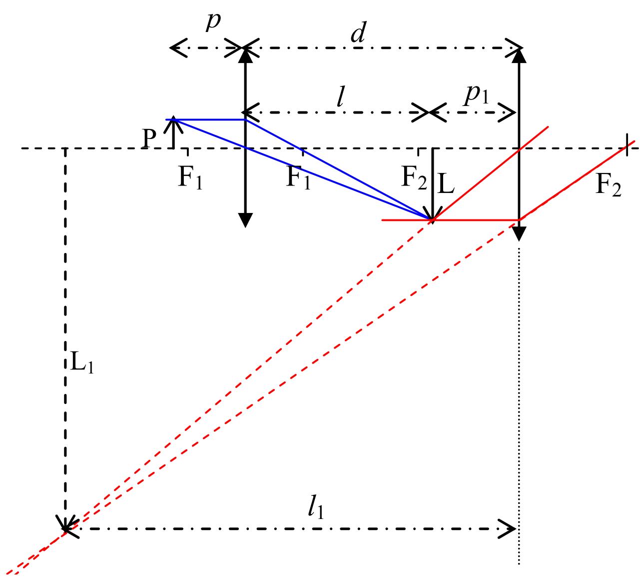
$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{l_1} = \frac{1}{f_2}.$$

Бидејќи: $p_1 = d - l$, претходната равенка се презапишува во облик:

$$\frac{1}{d - l} = \frac{1}{l_1} + \frac{1}{f_2},$$

од каде се изразува растојанието *l*

$$l = d - \frac{f_2 l_1}{f_2 + l_1} \qquad (2)$$



Со замена на познатите бројни вредности за d, f_2 и l_1 (l_1=18 cm) во равенката (2) се добива:

l=16,2 cm.

Со замена на оваа вредност во равенката (1), се добива:

p=1,3 cm.

Задача 2. Паралелен сноп светлина со бранова должина $\lambda = 632{,}8\,\text{nm}$ паѓа нормално на дифракциона мрежичка чиј период е $d = 20\,\mu\text{m}$. Во фокусната рамнина на собирна леќа, чие фокусно растојание е $f = 30\,\text{cm}$ (и која е поставена зад мрежичката) се добива интензитетната рапспределба на дифрактираната светлина и се мери растојанието на вториот дифракционен максимум во однос на централниот (нулти) максимум. Како ќе се промени ова растојание доколку светлината падне под агол $\alpha = 10°$ во однос на нормалата на решетката? Средината е воздушна.

Решение:

Познато:
λ=632,8 nm=632,8·10^{-9} m
d=20 μm=2·10^{-5} m
f=30 cm=0,3 m
α=10^{0}

$x_2, x_2' - ?$

При нормално паѓање на светлината врз мрежичката:

$$d\sin\theta = 2\lambda \qquad (1)$$

$$\sin\theta = \frac{2\lambda}{d} \qquad (2)$$

$$\sin\theta = \frac{2\cdot 632{,}8\cdot 10^{-9}}{2\cdot 10^{-5}}$$

$$\theta = 3{,}6^{0}$$

$$\tan\theta = \frac{x_2}{f} \qquad (3)$$

$x_2 = f\tan\theta$; x_2=19 mm.

Кога светлината паѓа под агол α на мрежичката, патната разлика помеѓу зраците 1 и 2 е: $\overline{CD} - \overline{AB} = d(\sin\alpha - \sin\theta')$. Според тоа условот за максимум во вториот дифракционен ред ќе биде:

$$d(\sin\alpha - \sin\theta') = 2\lambda \qquad (4)$$

$$\sin\theta' = \sin\alpha - \frac{2\lambda}{d}$$

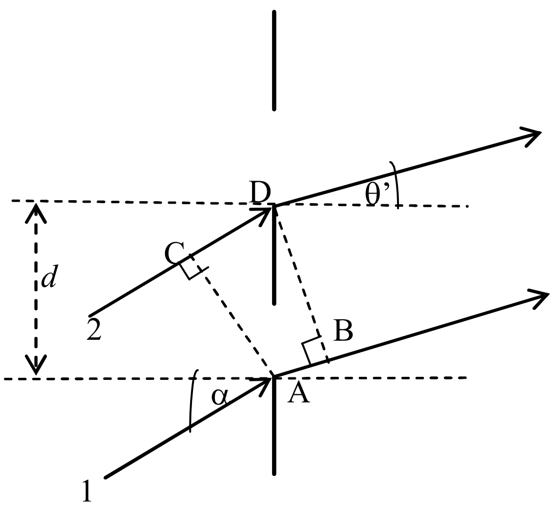
$$\sin\theta' = \sin 10^{0} - \frac{2\cdot 632{,}8\cdot 10^{-9}}{2\cdot 10^{-5}}$$

$$\theta' = 6{,}34^{0}$$

$$\tan\theta' = \frac{x'_2}{f} \qquad (5)$$

$x_2' = f\tan\theta'$; x_2'=33 mm.

$x_2' - x_2 = 14\text{mm}$.



Задача 3. Три мали тела со сферна форма, изработени од материјали со голема топлоспроводливост се наоѓаат во орбитите на Венера, Земја и Марс и се загреваат под дејство на сончевото зрачење. До која температура се загреани телата ако нив и Сонцето можеме да ги сметаме за апсолутни црни тела? Колкава е разликата во брановите должини λ_{m} што одговараат на максимумот во топлинското зрачење на најоддалеченото и најблиското тело до Сонцето? Радиусите на орбитите на Венера, Земја и Марс се: $a_1 = 1{,}08 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$, $a_2 = 1{,}50 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$ и $a_3 = 2{,}28 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$ соодветно, радиусот на Сонцето е $R = 6{,}95 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m}$, температурата на површината на Сонцето е $T_{\mathrm{S}} = 5800\ \mathrm{K}$ и Виновата константа е $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{mK}$.

Решение:

Моќноста на сончевото зрачење (енергија што во единица време ја зрачи Сонцето од сета своја површина) ја пресметуваме според Штефан-Болцмановиот закон:

$$W = \frac{P_{\mathrm{S}}}{S} = \sigma T_{\mathrm{S}}^4, \qquad P_S = 4\pi R^2 \sigma T_S^4, \tag{1}$$

кадешто $S = 4\pi R^2$ е плоштината на Сонцето, R е радиус на Сонцето, T_{S} е температура на неговата површина . Дел од оваа енергија ќе падне на телото со радиус r кое се наоѓа на растојание a од Сонцето. За да пресметаме колкава енергија P паѓа на телото во единица време, се служиме со следнава пропорција $P : P_S = S : S_0$, кадешто S е плоштина на пресекот на телото со сферата чиј центар е во Сонцето и има радиус a, а пак S_0 е плоштината на таа сфера . Оттука за P се добива

$$P = \frac{\pi r^2}{4\pi a^2} P_{\mathrm{S}}. \tag{2}$$

Апсорбирајќи ја оваа енергија телото се загрева, па почнува и самото да зрачи. Моќноста на неговото зрачење се пресметува според

$$P' = 4\pi r^2 \sigma T^4. \tag{3}$$

Телото ќе постигне топлинска рамнотежа кога енергијата што ја апсорбира во единица време ќе стане еднаква на енергијата што ја зрачи за истото време т.е. кога $P = P'$. Од овој услов ја пресметуваме температурата на телото

$$\frac{\pi r^2}{4\pi a^2} 4\pi R^2 \sigma T_S^4 = 4\pi r^2 \sigma T^4 \qquad T = T_S \cdot \sqrt[4]{\frac{R^2}{4a^2}} = T_S \cdot \sqrt{\frac{R}{2a}}. \tag{4}$$

Со замена на соодветните бројни вредности, за температурите на трите тела кои се наоѓаат во орбитие на Венера, Земја и Марс наоѓаме:

$$T_1 = 329\ \mathrm{K} \approx 56\ ^\circ\mathrm{C}; \qquad T_2 = 279\ \mathrm{K} \approx 6\ ^\circ\mathrm{C}; \qquad T_3 = 226\ \mathrm{K} \approx -47\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Брановите должини λ_{m} при кои топлинското зрачење на телата има максимум се пресметуваат според Виновиот закон $\lambda_{\mathrm{m}} T = b$. Оттука разликата помеѓу овие бранови должини за најоддалеченото и најблиското тело од Сонцето ќе биде:

$$\Delta\lambda = \lambda_3 - \lambda_1 = \frac{b}{T_3} - \frac{b}{T_1} = 4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m} = 4\,\mu\mathrm{m}.$$

Задача 4. Неподвижен атом на водород емитира фотон што одговара на првата линија од Лајмановата серија ($n = 2,\ m = 1$). Колкава брзина добива атомот притоа? Определете ја релативната промена на фреквенцијата на фотонот заради придвижувањето на атомот.
Вредности на некои физички константи потребни за решавање на задачата: маса на водороден атом - $M = 1840 m_e$, каде што m_e е маса на електронот, маса на електрон - $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg, елементарен електричен полнеж - $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C, Планкова константа $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js, диелектрична константа на вакуумот - $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m При решавање на задачата може да ја употребите следнава приближна релација $\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2$ кога $x \langle\langle 1$.

Решение:

При емисија на фотон од атомот треба да бидат исполнети законите за запазување на енергијата и импулсот:

$$hf + \frac{Mv^2}{2} = E_2 - E_1 = hf_0 , \qquad (1)$$

$$\frac{hf}{c} = Mv , \qquad (2)$$

кадешто M е масата на водородниот атом, v е брзината со која се придвижува атомот при емисија на фотонот, f е фреквенцијата на емитираниот фотон, а f_0 е фреквенцијата што одговара на соодветниот премин во водородниот атом.

Според Боровиот модел на водородниот атом, за енергијата на фотонот што соодвествува на првата линија од Лајмановата серија која се добива при премин на електронот од состојба со $n = 2$ во состојба со $n = 1$, се добива

$$hf_0 = E_2 - E_1 = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = A\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}A \qquad (3)$$

$$A = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = 2{,}18 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

Со комбинација на релациите (1) и (2) се добива следнава квадратна равенка:

$$\frac{M}{2}v^2 + Mcv - hf_0 = 0 . \qquad (3)$$

чии решенија ги запишуваме во обликот:

$$v_{1/2} = -c\left(1 \mp \sqrt{1 + \frac{2hf_0}{Mc^2}}\right) . \qquad (4)$$

Решението со знак (+) води кон брзина која по апсолутна вредност е поголема од брзината на светлината и затоа е физички невозможно, па следува дека брзината со која се поместува атомот е

$$v = -c\left(1 - \sqrt{1 + \frac{2hf_0}{Mc^2}}\right) = -c\left(1 - \sqrt{1 + \frac{3A}{2Mc^2}}\right) = 3{,}25\,\text{m/s} . \qquad (5)$$

Решението (5) може да се запише и во покомпактна форма ако се земе предвид дека $3A/2Mc^2 = 2{,}17 \cdot 10^{-8} \langle\langle 1$, и се искористи приближната релација $\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2$. Тогаш се добива

$$v \approx \frac{3A}{4Mc}\,. \qquad (6)$$

Релативната промена на фреквенцијата ја наоѓаме тргнувајќи од релациите (1) и (2)

$$h\left(f_0 - f\right) = \frac{Mv^2}{2} = Mv\frac{v}{2} = \frac{hf}{c}\frac{v}{2}\,; \qquad \frac{f_0 - f}{f} = \frac{v}{2c}\,. \qquad (7)$$

Со замена на (6) во (7) се добива

$$\frac{f_0 - f}{f} = \frac{3A}{8Mc^2} = 5{,}4 \cdot 10^{-9}\,.$$

Задача 5. Специфичната активност на препарат кој се состои од радиоактивен $^{58}\mathrm{Co}$ и нерадиоактивен $^{59}\mathrm{Co}$ е еднаква на $a = 2{,}2 \cdot 10^{12}\ \mathrm{Bq/g}$. Периодот на полураспаѓање на $^{58}\mathrm{Co}$ е $T_{1/2} = 71{,}3$ дена. Колкав е односот на масата на радиоктивниот кобалт во препаратот и вкупната маса на препаратот, изразен во проценти? Авогадровиот број изнесува $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$. Специфична активност се дефинира како активност на единица маса од препаратот.

Решение:

Согласно дефиницијата за специфична активност имаме:

$$a = \frac{A}{m} = \frac{\lambda N\left(^{58}\mathrm{Co}\right)}{m} = \frac{m_1}{m}\frac{\lambda N\left(^{58}\mathrm{Co}\right)}{m_1}, \qquad (1)$$

кадешто m е вкупната маса на препаратот, m_1 е масата на радиоактивниот кобалт, $N\left(^{58}\mathrm{Co}\right)$ е бројот на радиоактивни кобалтови атоми и λ е константата на радиоактивното распаѓање.

Бараниот однос го изразуваме од релацијата (1)

$$\frac{m_1}{m} = \frac{a m_1}{\lambda N\left(^{58}\mathrm{Co}\right)} = \frac{a M\left(^{58}\mathrm{Co}\right)}{\lambda N_\mathrm{A}} = \frac{a M\left(^{58}\mathrm{Co}\right) T_{1/2}}{N_\mathrm{A} \ln 2}. \qquad (2)$$

При добивањето на горната релација земено е предвид дека

$$\frac{m_1}{M\left(^{58}\mathrm{Co}\right)} = \frac{N\left(^{58}\mathrm{Co}\right)}{N_\mathrm{A}}, \qquad (3)$$

кадешто $M\left(^{58}\mathrm{Co}\right)$ е моларната маса на радиактивниот кобалт, а N_A е Авогадровиот број. Имајќи предвид дека моларната маса на $^{58}\mathrm{Co}$ изнесува 58 g/mol, од релацијата (3), добиваме

$$\frac{m_1}{m} = 1{,}88 \cdot 10^{-3} \qquad \text{или} \qquad \frac{m_1}{m} = 0{,}19\,\%.$$