LIII РЕПУБЛИЧКИ НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА ВО РЕПУБЛИКА МАКЕДОНИЈА
8 мај 2010

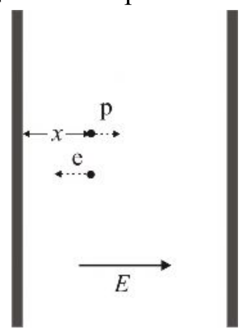
II година

Задача 1. Од позитивно наелектризираната плоча на плочест кондензатор е ослободен протон истовремено со електрон кој е ослободен од негативно наелектризираната плоча (Сл. 1). После одредено време протонот и електронот се наоѓаат на исто растојание од позитивно наелектризираната плоча. Ако масата на протонот е $m_{\mathrm{p}} = 1,67 \cdot 10^{-27}\ kg$ а масата на електронот е $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\ kg$ да се одреди колкаво е тоа растојание. Растојанието помеѓу кондензаторските плочи е $d = 5\,\mathrm{cm}$. Да се смета дека полето помеѓу кондензаторските плочи е хомогено и да се занемари заемнодејството помеѓу протонот и електронот.

Решение:

Под дејство на електричното поле протонот и електронот започнуваат да се движат забрзано во спротивни насоки. Забрзувањата на протонот и електронот се:

$$m_{\mathrm{e}} a_{\mathrm{e}} = eE \qquad m_{\mathrm{p}} a_{\mathrm{p}} = eE$$
$$a_{\mathrm{e}} = \frac{eE}{m_{\mathrm{e}}} \qquad a_{\mathrm{p}} = \frac{eE}{m_{\mathrm{p}}} \quad , \qquad (1)$$



каде e е полнежот на протонот и електронот. По некое време t протонот ќе помине растојание x додека за истото тоа време електронот ќе помине растојание d-x, по што и протонот и електронот ќе бидат на исто растојание од позитивно наелектризираната плоча (Сл.1).

Слика 1

$$d - x = \frac{a_{\mathrm{e}} t^2}{2} \qquad x = \frac{a_{\mathrm{p}} t^2}{2}$$
$$t^2 = \frac{2(d-x)}{a_{\mathrm{e}}} \qquad x = \frac{a_{\mathrm{p}} \dfrac{2(d-x)}{a_{\mathrm{e}}}}{2} = \frac{a_{\mathrm{p}}}{a_{\mathrm{e}}}(d-x) \quad . \qquad (2)$$

Изразувајќи го x од последната равенка и заменувајќи ги забрзувањата на протонот и електронот од равенката 1 добиваме:

$$x = \frac{d}{1 + \dfrac{a_{\mathrm{e}}}{a_{\mathrm{p}}}} = \frac{d}{1 + \dfrac{m_{\mathrm{p}}}{m_{\mathrm{e}}}} \approx \frac{m_{\mathrm{e}}}{m_{\mathrm{p}}} d = 27\,\mu\mathrm{m}\ . \qquad (3)$$

Задача 2. На произволно место помеѓу кондензаторските плочи кај плочест кондензтаор поставен е диелектрик со релативна диелектрична константа ε_r како на сл. 2. Да се покаже дека капацитетот на вака добиениот кондензатор не зависи од тоа каде е поставен диелектрикот помеѓу кондензаторските плочи. Дебелината на диелектрикот е b а растојанието помеѓу кондензаторските плочи е d. Плоштината на кондензаторските плочи и диелектрикот е S.

Решение:

Ваквиот кондензатор преставува кондензаторска батерија од три сериски врзани кондензатори (сл. 2). Според тоа за капацитетот на ваквиот кондензатор имаме

Слика 2

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \tag{1}$$

$$C_e = \frac{C_1C_2C_3}{C_1C_2 + C_2C_3 + C_3C_1} = \frac{\varepsilon_0 \frac{S}{x} \cdot \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{S}{b} \cdot \varepsilon_0 \frac{S}{y}}{\varepsilon_0 \frac{S}{x} \cdot \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{S}{b} + \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{S}{b} \cdot \varepsilon_0 \frac{S}{y} + \varepsilon_0 \frac{S}{y} \cdot \varepsilon_0 \frac{S}{x}} \tag{2}$$

Откако изразот (2) ќе се поедностави со помош на елементарни трансформации имаме:

$$C_e = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{b + \varepsilon_r (x+y)}. \tag{3}$$

Имајќи во предвид дека

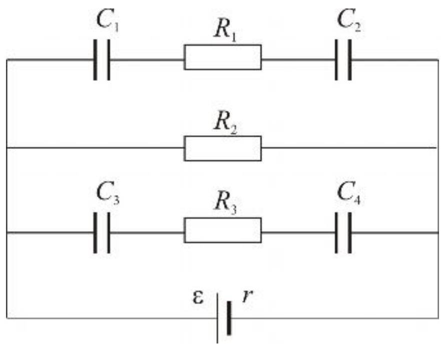
$$x + y = d - b \tag{4}$$

За капацитетот на кондензаторот конечно добиваме:

$$C_e = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{\varepsilon_r d - b(\varepsilon_r - 1)} \tag{5}$$

Од последната равенка се гледа дека изразот за капацитетот на кондензаторот не зависи од x и y, односно од оддалеченоста на плочката од диелектрик од двете плочи. Според тоа без разлика каде ќе се постави диелектрикот помеѓу кондензаторските плочи капацитетот ќе биде ист и ќе може да се пресмета според равенката 5.

Задача 3. Да се определи полнежот и потенцијалната разлика помеѓу плочите на секој од кондензаторите во електричниот круг прикажан на сл.3 ако: $\varepsilon = 10\,V, R_1 = 5\,\Omega, R_2 = 9\,\Omega, R_3 = 4\,\Omega$, $C_1 = C_3 = 15\,\mu F,\ C_2 = 10\,\mu F, C_4 = 30\,\mu F$. Внатрешниот отпор на изворот е $r = 1\,\Omega$.



Слика 3

Решение:

Бидејќи станува збор за електричен круг во кој има извор на права струја може да се заклучи дека струја ќе тече само низ гранката со отпорникот R_2, како и дека падот на напонот на R_2 ќе биде и пад на напон на секоја од гранките во кругот. Јачината на струјата во кругот е:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}\,. \tag{1}$$

Падот на напонот на отпорникот R_2 е:

$$U = \frac{\varepsilon R_2}{R_2 + r}\,. \tag{2}$$

Кондензаторите C_1 и C_2 како и кондензаторите C_3 и C_4 се поврзани сериски. Според тоа нивните полнежи се:

$$\begin{aligned} q_1 = q_2 &= \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot \frac{\varepsilon R_2}{R_2 + r} = 54\,\mathrm{nC} \\ q_3 = q_4 &= \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} \cdot \frac{\varepsilon R_2}{R_2 + r} = 90\,\mathrm{nC} \end{aligned} \tag{3}$$

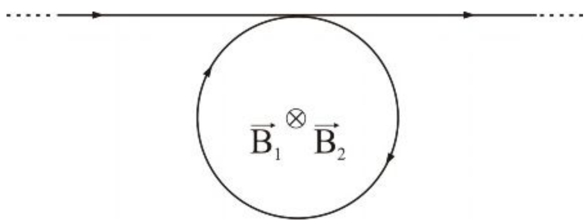
Потенцијалната разлика помеѓу плочите на секој од кондензаторите изнесува:

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{q_1}{C_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot \frac{\varepsilon R_2}{R_2 + r} = 3,6\,\mathrm{V} \\ U_2 &= \frac{q_2}{C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{\varepsilon R_2}{R_2 + r} = 5,4\,\mathrm{V} \\ U_3 &= \frac{q_3}{C_3} = \frac{C_4}{C_3 + C_4} \cdot \frac{\varepsilon R_2}{R_2 + r} = 6\,\mathrm{V} \\ U_4 &= \frac{q_4}{C_4} = \frac{C_3}{C_3 + C_4} \cdot \frac{\varepsilon R_2}{R_2 + r} = 3\,\mathrm{V} \end{aligned} \tag{4}$$

Задача 4. Од бескрајно долг спроводник е направен круг со радиус $r = 10\,\mathrm{cm}$, како што е прикажано на сл.4. Да се определи јачината на струјата која тече низ спроводникот ако јачината на магнетната индукција во центарот на кругот изнесува $B = 1{,}256 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{T}$. Магнетната пермеабилност на вакуумот во кој е сместен спроводникот изнесува $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$.

Решение:

Магнетната индукција во центарот на кругот е збир од магнетната индукција која ја создава бескрајно долгиот прав спроводник $\vec{B}_1$ и магнетната индукција која ја создава кружната контура $\vec{B}_2$. Користејќи го правилото на десна рака лесно може да се утврди дека овие две полиња во центарот на кругот се насочени вертикално кон рамнината на цртежот (сл. 4).



Слика 4

Магнетната индукција на бескрајно долгиот спроводник на растојание r од него е:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \tag{1}$$

додека магнетната индукција на кружната контура во нејзиниот центар е:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2r} \tag{2}$$

За јачината на струјата која тече низ правиот спроводник и низ контурата имаме:

$$\begin{gathered} B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0(\pi+1)I}{2\pi r}, \\ I = \frac{2\pi r B}{\mu_0(\pi+1)} = 15{,}2\,\mathrm{A} \end{gathered} \tag{3}$$

Задача 5. Во LC- осцилаторен круг намотката има индуктивитет $L = 2,4\,\mathrm{mH}$. Јачината на струјата во кругот се менува според законот: $I = I_0 \cos(4 \cdot 10^5 \frac{t}{t_0} + \frac{\pi}{2})$, каде што $I_0 = 0,02\,\mathrm{A}$ а $t_0 = 1\mathrm{s}$. Да се одреди капацитетот на кондензаторот приклучен во овој осцилаторен круг.

Решение:

Од законот според кој се менува јачината на струјата во осцилаторниот круг може да ја прочитаме кружната фреквенција ω. Имено знаејќи дека струјата во осцилаторен круг се менува според следниов закон:

$$I = I_0 \cos(\omega t + \varphi)\,, \tag{1}$$

за кружната фреквенција имаме:

$$\omega = 4 \cdot 10^5 \frac{1}{t_0}\,. \tag{2}$$

Периодот на осцилациите во LC – кругот е зададен со изразот

$$T = 2\pi\sqrt{LC}\,, \tag{3}$$

или

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}\,. \tag{4}$$

Од последниот израз за капацитетот на кондензаторот имаме:

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = 2,6\,\mathrm{nF}\,. \tag{5}$$