



Решенија на задачите за IV година
РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД
СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА ВО РЕПУБЛИКА МАКЕДОНИЈА
24 април 2010

IV година

Задача 1. Хомогена топка се наоѓа на врвот на наклонета рамнина и започнува да се движи надолу без почетна брзина. Првата половина од патот по наклонетата рамнина е таква што топката се тркала по подлогата без лизгање, а втората половина од рамнината е идеално глатка, така што триењето помеѓу подлогата и топката на овој дел од рамнината отсуствува. Колкава е линиската брзина на центарот на маса на топката кога таа ќе пристигне на подножјето на рамнината? Висинската разлика помеѓу почетната и крајната положба на центарот на топката е $H = 50$ m. (Моментот на инерција на топката во однос на оската што поминува низ центарот на маса изнесува $I = 2mR^2/5$, каде што R е радиусот на топката.)

Решение.

Ќе го примениме законот за запазување на вкупната механичка енергија. Доколку подножјето на наклонетата рамнина го сметаме за референтно ниво за потенцијалната енергија, механичката енергија на топката на врвот од рамнината изнесува:

$$E_1 = mgH,$$

каде што m е масата на топката, а g е земјиното забрзување. На првата половина од патот топката се тркала без лизгање. Според тоа, вкупната енергија на топката на половината од патот ќе изнесува:

$$E_2 = \frac{1}{2}mgH + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mgH + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2,$$

каде што употребивме $I = 2mR^2/5$, а $\omega = v/R$ бидејќи топката на овој дел од патот се тркала без лизгање. Од законот за запазување на енергијата $E_1 = E_2$ добиваме релација за квадратот на линиската брзина v на центарот на маса на топката на половината од патот:

$$v^2 = \frac{5}{7}gH \quad (*)$$

На вториот дел од патот триењето отсуствува, па кинетичката енергија на ротација на топката не се менува. Според тоа, енергијата на топката на подножјето од рамнината ќе биде:

$$E_3 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}I\omega^2,$$

каде што V е линиската брзина на центарот на маса на топката на подножјето од наклонетата рамнина. Од законот за запазување на енергијата $E_2 = E_3$ добиваме

$$\frac{1}{2}mgH + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mV^2,$$

па, со користење на релацијата (*) се добива $V = \sqrt{\frac{12}{7}gH} = 29 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Решенија на задачите за IV година

Задача 2. Човек набљудувајќи го небото доцна во ноќта забележува неидентификуван летечки објект којшто се движи со голема (релативистичка), но константна брзина, на значително растојание од површината на Земјата. Притоа човекот забележал дека една од светилките на летечкиот објект периодично пулсира, при што измерил дека временскиот интервал за којшто светилката е вклучена изнесува $0,190\text{ s}$. Од друга страна, офицерот на неидентификуваниот летечки објект задолжен за маневрирање на леталото измерил дека временскиот интервал за којшто истата светилка е вклучена во однос на леталото изнесува 12 ms . а) Кој од овие два временски интервала е сопствено време? б) Со користење на овие податоци, да се пресмета брзината на летечкиот објект во однос на човекот на Земјата изразена преку брзината на светлината во вакуумот c .

Решение:

а) Сопственото време е временскиот интервал помеѓу два настана измерен во референтниот систем каде што двата настани се случиле во иста просторна координата. Значи, временскиот интервал од 12 ms измерен од офицерот во леталото е сопствено време, затоа што е време помеѓу вклучување и исклучување на светилката која што се наоѓа во иста просторна координата (е неподвижна) во однос на референтниот систем сврзан за леталото.

б) Ако $\Delta t_0 = 12\text{ ms} = 12 \cdot 10^{-3}\text{ s}$, а $\Delta t = 0,190\text{ s}$, тогаш со користење на формулата за дилатација на времето:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}},$$

ја добиваме брзината на леталото u изразена преку брзината на светлината во вакуумот c :

$$u = c \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta t_0}{\Delta t}\right)^2} = c \sqrt{1 - \left(\frac{12 \cdot 10^{-3}}{0.190}\right)^2} = 0,998c.$$

Задача 3. Да се определи Де Бролиевата бранова должина на: а) електрон со кинетичка енергија 100 eV; б) електрон со кинетичка енергија 1 MeV. ($h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C)

Решение:

а) Бидејќи кинетичката енергија на електронот е мала, електронот може да се смета за нерелативистичка честичка. Така, за Де Бролиевата бранова должина се добива:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e T}}, \quad (1)$$

каде што h е Планковата константа, m_e е масата на електронот и T е кинетичката енергија на електронот. Со замена на вредностите во релацијата (1) се добива $\lambda = 0,123$ nm.

б) Бидејќи кинетичката енергија на електронот е голема, предвид треба да се земат релативистичките ефекти. Така, за Де Бролиевата бранова должина се добива:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{pc} = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - E_0^2}}, \quad (2)$$

каде што E е вкупната енергија на електронот, а E_0 е енергијата на мирување на електронот. Изразувајќи ја вкупната енергија на електронот како збир од енергијата на мирување на електронот и кинетичката енергија на електронот T

$$E = E_0 + T, \quad (3)$$

за Де Бролиевата бранова должина се добива:

$$\lambda = \frac{hc}{T \sqrt{1 + \frac{2E_0}{T}}} = 8,8 \cdot 10^{-13} \text{ m.}$$

Решенија на задачите за IV година

Задача 4. Колкава е релативната грешка при пресметување на спектралната емисиона моќ на апсолутно црно тело за бранова должина $\lambda = 1 \text{ m}$ на емитираните електромагнетни бранови, при температура $T = 7,2 \text{ K}$ на апсолутно црното тело, ако наместо релацијата на Планк се користи релацијата на Рејли и Џинс. ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ - Болцманова константа, $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ - Планкова константа, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ - брзина на светлината во вакуум)

Решение:

Релативната грешка за спектралната емисиона моќ на апсолутно црно тело се определува со следната формула:

$$x = \frac{W_{(\lambda,T),RJ} - W_{(\lambda,T),P}}{W_{(\lambda,T),P}} = \frac{W_{(\lambda,T),RJ}}{W_{(\lambda,T),P}} - 1, \quad (1)$$

каде што релацијата на Рејли и Џинс е зададена со

$$W_{(\lambda,T),RJ} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT, \quad (2)$$

а релацијата на Планк со:

$$W_{(\lambda,T),P} = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}. \quad (3)$$

Во релациите (2) и (3), h е Планковата константа, c е брзината на светлината во вакуум, k е Болцмановата константа, λ е брановата должина и T е апсолутната температура. Со замена на релациите (2) и (3) во (1) за релативната грешка се добива:

$$x = \frac{\lambda kT}{hc} \cdot \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right) - 1 = 0,1\% .$$

Решенија на задачите за IV година

Задача 5. Да се определи релативната фреквентна ширина $\Delta\omega/\omega$ на спектралната линија на емисиониот спектар на некој атом, ако е познато дека возбудената состојба траела $\Delta t = 2 \text{ ns}$, а брановата должина на емитуваниот фотон е $\lambda = 500 \text{ nm}$.

Решение:

Со користење на Планковата релација за енергијата на фотонот:

$$E = \hbar\omega, \quad (1)$$

каде што ω е фреквенцијата на фотонот, се добива следната релација:

$$\Delta E = \hbar\Delta\omega. \quad (2)$$

Со користење на Хајзенберговиот принцип на неопределеност на енергијата ΔE и времето Δt :

$$\Delta E\Delta t \approx \hbar, \quad (3)$$

од релацијата (2) се добива:

$$\hbar\Delta\omega\Delta t \approx \hbar. \quad (4)$$

Од друга страна, со користење на релацијата за фреквенцијата на фотонот:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi\frac{c}{\lambda} \quad (5)$$

и релацијата (4), за релативната фреквентна ширина $\Delta\omega/\omega$ на спектралната линија на емисиониот спектар на некој атом, конечно се добива:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx \frac{\lambda}{2\pi c\Delta t} = 1,33 \cdot 10^{-7}.$$