Решенија на задачите за II година

РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА ВО РЕПУБЛИКА МАКЕДОНИЈА

24 април 2010

II година

Задача 1. Две еднакви сферни капки вода, коишто имаат по еден електрон вишок, се поставени на меѓусебно растојание коешто е многу поголемо од нивните радиуси. Притоа, големината на силата на електростатското одбивање е еднаква со онаа на гравитационото привлекување. Колкав е радиусот на секоја од капките? (ε_0=8,85·10^{-12} C^2/(N·m^2); e=1,6·10^{-19} C; γ=6,67·10^{-11} m^2/(kg·s^2); $\rho_{(вода)}$=1000 kg/m^3)

Решение:

Од еднаквоста на модулите на електростатската и гравитационата сила следува:

$$\gamma\frac{m^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$

Кога во горната равенка масата m на секоја од капките ќе се изрази преку радиусот и густината:

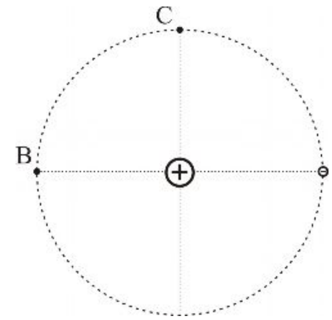
$$m = \rho V \quad \rho\frac{4}{3}R^3\pi$$

се добива изразот за радиусот на капките:

$$\gamma(\frac{4}{3}R^3\pi\rho)^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}e^2$$

$$R = \sqrt[6]{\frac{9e^2}{64\pi^3\varepsilon_0\gamma\rho^2}} \approx 0{,}76\cdot10^{-4}\,\mathrm{m}\ .$$

Задача 2. Сметајќи дека протонот и електронот од кои се состои атомот на водород се точкести полнежи сместени на меѓусебно растојание $r=5\cdot10^{-9}$cm, да се најде јачината на електричното поле во точките B и C, во моментот прикажан на Сл. 1 (точките B и C лежат на кружницата по којашто се движи електронот).



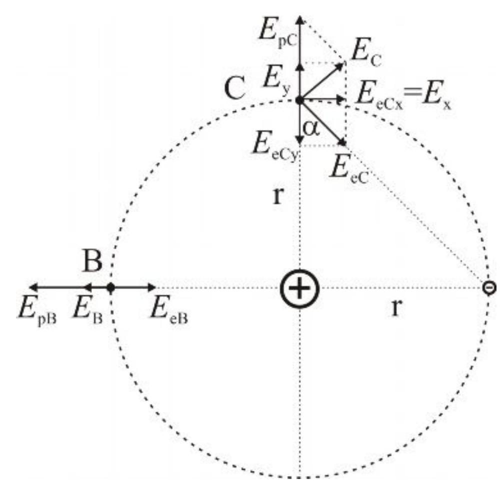
Слика 1

Решение:

Јачината на електричното поле во точките B и C претставува векторски збир на јачините на електричните полиња на протонот и електронот соодветно (Сл.4). Јачината на полето во точката B изнесува:

$$\vec{E}_{\mathrm{B}} = \vec{E}_{\mathrm{pB}} + \vec{E}_{\mathrm{eB}}$$

$$E_{\mathrm{B}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{(2r)^2} = \frac{3}{16\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r^2} \quad 4,32\cdot10^{11}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}.$$



За јачината на полето во точката C може да запишеме:

$$\vec{E}_{\mathrm{C}} = \vec{E}_{\mathrm{pC}} + \vec{E}_{\mathrm{eC}},$$

каде

Слика 4

$$E_{\mathrm{pC}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r^2},\; E_{\mathrm{eC}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{(r\sqrt{2})^2}.$$

Векторот на јачината на електричното поле го разложуваме во насока на електричното поле кое го создава протонот и во насока нормална на неа (Сл.4). Според тоа во двете насоки ги имаме следниве равенства:

$$E_x = E_{eCx} \quad E_{eC}\sin 45^\circ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{(r\sqrt{2})^2}\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{16\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r^2}, \qquad =$$

$$E_y = E_{\mathrm{pC}} - E_{\mathrm{eCy}} \quad E_{\mathrm{pC}} - E_{\mathrm{eC}}\cos 45^\circ \quad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{(r\sqrt{2})^2}\cos 45^\circ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r^2}\left(\frac{4-\sqrt{2}}{4}\right).$$

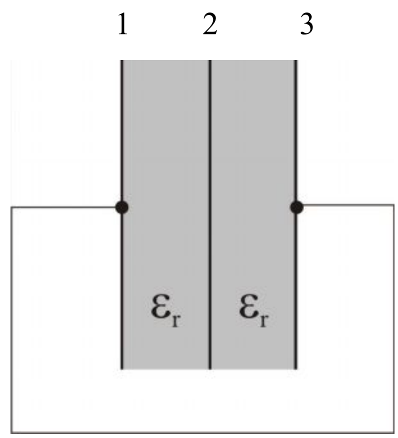
Конечно за јачината на полето во точката C имаме:

$$E_{\mathrm{C}} = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \quad 4,24\cdot10^{11}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}.$$

До истото решение може да се дојде и со помош на косинусната теорема

$$E_{\mathrm{c}} = \sqrt{E_{\mathrm{pC}}^2 + E_{\mathrm{eC}}^2 - 2E_{\mathrm{pC}}E_{\mathrm{eC}}\cos\alpha}.$$

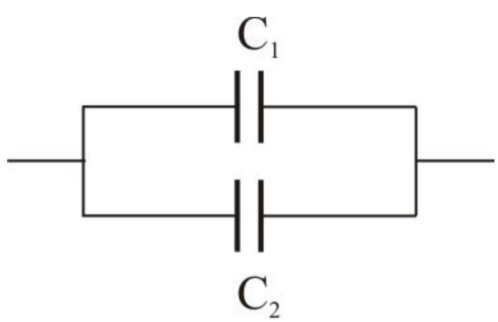
Задача 3. Еден кондензатор се состои од три ливчиња од станиол (спроводник), од кои секое има површина S = 6 cm^2, раздвоени со два слоја лискун (изолатор) со дебелина d=0,1 mm. Ливчињата станиол кои се наоѓаат на краевите меѓусебно се споени (види Сл. 2). Помеѓу ливчињата 1 и 2 се донесува потенцијална разлика. Колкав е капацитетот на овој кондензатор? (Релативната диелектрична константа на лискунот е 7.)



Слика 2

Решение:

Ваквиот систем од кондензатори дава кондензаторска батерија од два паралелно споени кондензатори (Слика 5) .



Слика 5

Според тоа за еквивалентниот капацитет на батеријата имаме:

$$C_e = C_1 + C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} = 2\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} = 743{,}4 \cdot 10^{-12} F = 743{,}4 pF$$

.

Задача 4. Топче со маса 1 g и полнеж 0,15 μC од бесконечно големо растојание каде има брзина од 1m/s се движи без триење, кон центарот на прицврстена топка со полнеж 0,30 μC. Колкав треба да биде радиусот на топката за топчето да може да стигне до нејзината површина?

Решение:

Во почетниот момент, кога топчето се наоѓа на бесконечно големо растојание од топката, енергијата на системот топче – топка е еднаква на кинетичката енергија на топчето:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Поради дејството на електростатските одбивни сили помеѓу топчето и топката, може да дојде до запирање на топчето пред да стигне до топката. Услов за да не дојде до тоа е почетната енергија на топчето да биде поголема или еднаква на потенцијалната енергија на електростатското заемнодејство помеѓу топчето и топката на површината на топката, т.е:

$$E_\mathrm{k} \geq E_\mathrm{p}$$

$$\frac{mv^2}{2} \geq \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{R}.$$

Оттука, за радиусот на топката се добива:

$$R \geq \frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 mv^2}$$

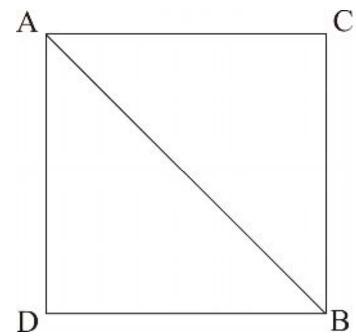
$$R \geq 0{,}81\,\mathrm{m}.$$

Задача 5. На што е еднаков отпорот на фигура направена од спроводна жица во облик на квадрат (Сл.3), со страна *a* и дијагонала, ако струјата тече:

а) од точката A кон точката B;

б) од точката C кон точката D?

Специфичниот отпор на жицата е еднаков на ρ. Напречниот пресек на спроводниците е *S*.

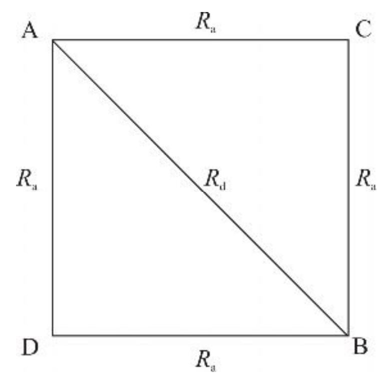


Слика 3

Решение:

а) Во случај кога напонот е донесен помеѓу точките A и B, спроводната рамка може да биде заменета со шемата прикажана на сл.6 и сл.7, каде:

$$R_a = \rho\frac{a}{S},\ R_d = \rho\frac{a\sqrt{2}}{S}\,.$$

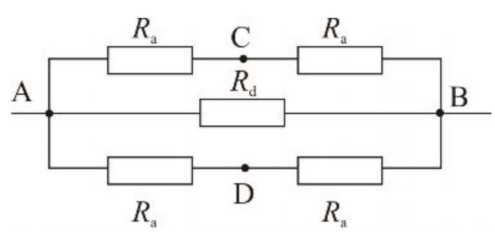


Слика 6

За еквивалентниот отпор се добива

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{2R_a} + \frac{1}{R_d} + \frac{1}{2R_a} = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_d}\,,$$

$$R_e = \frac{R_a R_d}{R_a + R_d} = \frac{\rho\frac{a}{S}\cdot\rho\frac{a\sqrt{2}}{S}}{\rho\frac{a}{S} + \rho\frac{a\sqrt{2}}{S}} = \rho\frac{a}{S}\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \rho\frac{a}{S}(2-\sqrt{2})\,.$$

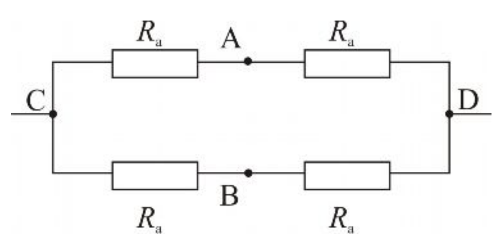


Слика 7

б) Поради симетричноста на шемата, потенцијалот во точките A и B е еднаков ($\varphi_A = \varphi_B$). Затоа падот на напонот помеѓу двете точки е нула, па низ дијагоналата (отпорникот R_d) не тече струја (Сл.8). Вкупниот отпор е:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{2R_a} + \frac{1}{2R_a} = \frac{1}{R_a}$$

$$R_e = R_a = \rho\frac{a}{S}\,.$$



Слика 8